

Práctica pedagógica para el desarrollo del aprendizaje significativo en matemáticas

Pedagogical practice for the development of meaningful learning in mathematics

Recibido: 26 de agosto de 2022

Aprobado: 4 de diciembre de 2022

Forma de citar: H.J. Gallardo Pérez, C.A. Dávila Carrillo "Práctica pedagógica para el desarrollo del aprendizaje significativo en matemáticas", *Mundo Fesc*, vol 13, no. 25, pp. 225-238 de 2022

Henry de Jesús Gallardo Pérez* 

Doctor en Educación
henrygallardo@ufps.edu.co
Universidad Francisco de Paula Santander
Cúcuta, Colombia.

César Augusto Dávila Carrillo 

Magister en Educación Matemática
cesaraugustodc@ufps.edu.co
Universidad Francisco de Paula Santander
Cúcuta, Colombia.

***Autor para correspondencia:**

henrygallardo@ufps.edu.co



Práctica pedagógica para el desarrollo del aprendizaje significativo en matemáticas

Palabras clave: Aprendizaje significativo, metodologías activas, pensamiento matemático, práctica pedagógica, investigación acción educativa, teoría de respuesta al ítem, modelo de Rasch, juego de la bolsa de valores, estimación del volumen de árboles.

Resumen

Introducción: El aprendizaje significativo es entendido como aquel aprendizaje que va más allá de ser memorístico hasta lograr un verdadero conocimiento que no se olvida y que es aplicable toda la vida. Si un profesor promueve únicamente el aprendizaje de las matemáticas solamente logrará que los estudiantes memoricen un compendio de fórmulas y procedimientos que de nada les servirán y muy difícilmente encontrarán oportunidades para aplicarlos; en cambio, si genera ambientes de aprendizaje de las ciencias mediante acciones didácticas y prácticas pedagógicas que integren contenidos, conceptos, procedimientos y valores logrará que los estudiantes alcancen aprendizajes significativos en matemáticas. **Objetivo:** Desarrollar prácticas pedagógicas y estrategias didácticas para abordar y consolidar conceptos y propiedades que conlleven a que el aprendizaje de las matemáticas se vuelva significativo. **Metodología:** La investigación es de carácter educativo y se enmarca desde un enfoque multimétodo en el paradigma cualitativo mediante método de investigación acción educativa centrada en el descubrimiento de problemas y métodos de solución con el propósito de identificar oportunidades para mejorar la práctica pedagógica de los docentes en busca de generar aprendizaje significativo de las matemáticas en sus estudiantes e interpretativo a partir de análisis de resultados del proceso obtenidos por observación participante, entrevistas aplicadas a docentes y opiniones recolectadas mediante grupo focal en que participaron estudiantes de las instituciones participantes y desde el paradigma cuantitativo en el análisis de test de valoración del pensamiento matemático. **Conclusiones:** La experiencia permitió visualizar el compromiso con el que abordan los estudiantes las actividades propuestas y la generación de un ambiente de aula con implementación de aprendizaje cooperativo que favorece la relación entre docentes y estudiantes generando alternativas de trabajo en búsqueda de lograr un aprendizaje significativo de las matemáticas. El trabajo mediante aprendizaje basado en problemas y aprendizaje cooperativo permitió motivar a los estudiantes en el desarrollo del proceso de construcción de su propio conocimiento mediante el trabajo en equipos cooperativos en los que determinan roles según sus habilidades y participan activamente en la construcción de un conocimiento colectivo. El estudio permitió determinar que las prácticas pedagógicas desarrolladas por docentes que impliquen innovación y creatividad en los alumnos, que propendan por el trabajo cooperativo y que relacionen las matemáticas con otras disciplinas que sean en cierta forma atractivas a los estudiantes, conllevan a generar ambientes de aprendizaje significativo de las matemáticas.

Pedagogical practice for the development of meaningful learning in mathematics

Keywords: Significant learning, active methodologies, mathematical thinking, pedagogical practice, educational action research, item response theory, Rasch model, stock market game, estimation of tree volume.

Abstract

Introduction: Significant learning is understood as that learning that goes beyond being memoristic to achieve true knowledge that is not forgotten and that is applicable throughout life. If a teacher promotes only the learning of mathematics, he/she will only get students to memorize a compendium of formulas and procedures that will be of no use to them and they will hardly find opportunities to apply them; on the other hand, if he/she generates learning environments for science through didactic actions and pedagogical practices that integrate contents, concepts, procedures and values, he/she will get students to achieve significant learning in mathematics. **Objective:** To develop pedagogical practices and didactic strategies to address and consolidate concepts and properties that lead to making mathematics learning meaningful. **Methodology:** The research is of an educational nature and is framed from a multi-method approach in the qualitative paradigm through educational action research method focused on the discovery of problems and solution methods with the purpose of identifying opportunities to improve the pedagogical practice of teachers in search of generating meaningful learning of mathematics in their students and interpretative from analysis of results of the process obtained by participant observation, interviews applied to teachers and opinions collected through focus group in which students from the participating institutions participated and from the quantitative paradigm in the analysis of mathematical thinking assessment test. **Conclusions:** The experience allowed visualizing the commitment with which students approach the proposed activities and the generation of a classroom environment with implementation of cooperative learning that favors the relationship between teachers and students generating work alternatives in search of achieving significant learning of mathematics. The work through problem-based learning and cooperative learning allowed motivating students in the development of the process of building their own knowledge by working in cooperative teams in which they determine roles according to their abilities and actively participate in the construction of collective knowledge. The study made it possible to determine that the pedagogical practices developed by teachers that involve innovation and creativity in the students, that promote cooperative work and that relate mathematics with other disciplines that are somehow attractive to the students, lead to generate significant learning environments in mathematics.

Introducción

El aprendizaje significativo es entendido como aquel aprendizaje que va más allá de ser memorístico hasta lograr un verdadero conocimiento que no se olvida y que es aplicable toda la vida [1,2]; así la persona cuenta con conocimientos racionales que sabe dónde y cuándo emplearlos; sin embargo, la construcción de ese nuevo conocimiento se basa en los conceptos previos y los resultados guardan estrecha relación con el proceso vinculado al aprendizaje en el que confluyen profesor y alumno en una actuación complementaria en el marco de la institución educativa [3,4]. Un profesor que promueve el aprendizaje significativo estimula el aprendizaje de la ciencia para despertar en sus estudiantes el amor por el conocimiento [5-7].

Si un profesor promueve únicamente el aprendizaje de las matemáticas solamente logrará que los estudiantes memoricen un compendio de fórmulas y procedimientos que de nada les servirán y muy difícilmente encontrarán oportunidades para aplicarlos. Así, solo la integración de las acciones didácticas referidas a los contenidos, especificados por su característica interna integrando conceptos, procedimientos y valores, facilitarán la integración del aprendizaje. Desde esta óptica, el profesor debe generar ambientes de aprendizaje de las ciencias con el fin de que los estudiantes alcancen aprendizajes significativos en matemáticas.

Lograr aprendizajes significativos no es tarea fácil, se debe recurrir a diferentes metodologías activas como laboratorios, trabajo colaborativo [8-10], trabajo cooperativo [11,12], aprendizaje basado en problemas [13,14] y en proyectos [15-17] que capten la atención de los estudiantes y les faciliten la construcción de mapas mentales y conceptuales como herramientas que facilitan el entorno visual, llamativo y aplicativo de las matemáticas aplicadas a las diferentes ciencias y disciplinas del conocimiento y proyectadas en su entorno de aprendizaje [18-20]

La práctica pedagógica se concibe como un proceso de auto reflexión que se convierte en un espacio donde confluyen diferentes modelos educativos en un ambiente de interacción activa y continua de docente y estudiantes que fundamenta la formación permanente del docente, la promoción de la investigación acción y la reflexión crítica sobre su propia labor y en la relación de la docencia e investigación con la enseñanza que imparte y el aprendizaje en matemáticas alcanzado por sus estudiantes.

El docente en el ejercicio de su práctica pedagógica desarrolla tres saberes, el disciplinar, el pedagógico y el académico [21]. En este sentido su labor se fundamenta en un saber disciplinar tanto en conocimientos matemáticos como pedagógicos que le permiten por una parte, acrecentar su conocimiento matemático y, por ende, las aplicaciones de la matemática necesarias para abordar con mayor profundidad el planteamiento y solución de problemas en el contexto social y cultural en que se encuentre y, de otra parte, diseñar procesos educativos innovadores que respondan a las necesidades específicas de sus estudiantes y propendan por el desarrollo de su pensamiento matemático [22-24].

La labor del docente se centra entonces en el conocimiento específico de las matemáticas y sus aplicaciones, en el diseño y puesta en funcionamiento de ambientes de aprendizaje apropiados que le permitan al estudiante acceder al conocimiento matemático, interpretarlo, comprenderlo y aplicarlo y, al mismo tiempo, estar dispuesto a vivenciar su propia transformación académica que le lleven generar oportunidades para fundamentar constantemente sus aportes al saber matemático, sus aplicaciones y la forma de acceder a su conocimiento [25,26].

La propuesta que se plantea en esta investigación permite incentivar la generación de prácticas pedagógicas que van más allá del simple uso de la matemática recreativa en la educación matemática, que de por sí, además de ser divertida, constituyen estrategias para abordar y consolidar conceptos y propiedades que conlleven a que el aprendizaje de las matemáticas se vuelva significativo. Los ambientes didácticos propuestos y las experiencias realizadas permiten al estudiante la generación de mapas mentales y conceptuales en un entorno visual contextualizado, integrar diferentes conocimientos y saberes tanto de las matemáticas como de otras ciencias, interactuar con compañeros, docentes y medio ambiente para generar espacios en los que acceda al aprendizaje de forma lúdica, pero bajo el rigor disciplinar, para vivenciar prácticas, laboratorios, experiencias y experimentos encaminados al desarrollo de habilidades cognitivas y aprendizajes matemáticos significativos.

Materiales y métodos

La investigación es de carácter educativo [27] y se enmarca desde un enfoque multimétodo [28-30] en el paradigma cualitativo mediante método de investigación acción educativa centrada en el descubrimiento de problemas y métodos de solución con el propósito de identificar oportunidades para mejorar la práctica pedagógica de los docentes en busca de generar aprendizaje significativo de las matemáticas en sus estudiantes [31-33] e interpretativo a partir de análisis de resultados del proceso obtenidos por observación participante, entrevistas aplicadas a docentes y opiniones recolectadas mediante grupo focal en que participaron estudiantes de las instituciones participantes [34-36] y desde el paradigma cuantitativo en el análisis de test de valoración del pensamiento matemático utilizando teoría de respuesta al ítem con estimación de parámetros mediante en el modelo de Rasch [37-41].

Se trabaja con dos test para recolectar datos que permitan valorar el crecimiento del pensamiento matemático en los estudiantes, un test de entrada y la información se compara con los resultados de un test de salida aplicado luego de la intervención pedagógica. Los dos test fueron elaborados de forma tal que presentaran dificultad similar al ser resueltos por un estudiante promedio, sin importar el orden en que los realice [37]. Cada test se encuentra dividido en tres partes una que enfatiza en la formulación y resolución de problemas, la segunda relacionada con razonar y formular métodos para solución de problemas involucrando trabajo con compañeros y finalmente se enfatiza en las habilidades para comunicar procedimientos utilizados y resultados obtenidos; los

resultados se comparan utilizando métodos de análisis de datos multivariados [42-44].

Las pruebas se elaboraron bajo la metodología de la teoría de respuesta al ítem, que permite evaluar, para cada ítem, la posibilidad de adivinar la respuesta correcta, su dificultad y su capacidad de discriminación. El valor obtenido en la prueba es el valor acumulado de los puntajes obtenidos en cada uno de los ítems que la conforman. Las pruebas se valoran previamente en grupos paralelos e independientes a los participantes en la investigación y las curvas características obtenidas para cada una permitieron identificar que ambos test tienen similar grado de dificultad, capacidad de discriminación y probabilidad de adivinación [38-41]. Las puntuaciones obtenidas en cada prueba se ajustaron en una escala de cero a cinco, donde cinco indica respuesta correcta en todos los ítems.

Los participantes fueron seleccionados por conveniencia a criterio de los investigadores. Se seleccionaron cuatro instituciones educativas de educación media, ubicadas en la zona urbana del municipio de Cúcuta, dos del sector oficial y dos del sector privado. En cada institución se contactó a los docentes de matemáticas de grado once (último grado de formación en educación media) y se establecieron criterios para aplicar las estrategias pedagógicas diseñadas en el marco de la investigación. Participaron cuatro docentes y 158 estudiantes, 99 de dos instituciones educativas públicas y 59 de dos privadas. La intervención educativa se realizó con la participación de todos los estudiantes de los cursos seleccionados.

Para el desarrollo del trabajo de campo, en primera instancia, se realizó sesión de capacitación a los docentes seleccionados incluyendo simulación académica de las actividades. En cada curso se desarrollaron dos actividades pedagógicas enfocadas al desarrollo del pensamiento matemático, una enfocada principalmente al desarrollo del pensamiento numérico y la otra al pensamiento espacial, pero ambas incluyen trabajo con pensamientos métrico, aleatorio y variacional. Finalmente se realizó valoración cualitativa de los resultados obtenidos.

Resultados y discusión

Se observa que los jóvenes son dinámicos, colaboradores, con gusto por el aprendizaje cooperativo y trabajos grupales, son solidarios entre ellos, les gusta la música, videojuegos, juegos de salón y actividades al aire libre que permitan compartir entre amigos, hay competitividad entre ellos, su tiempo de ocio lo dedican principalmente a descansar, ver televisión, escuchar música e interactuar en redes sociales, académicamente manifiestan interés por los procesos académicos que involucran innovación, nuevas alternativas de trabajo y búsqueda y aplicación del conocimiento.

Los resultados de la investigación están divididos teniendo en cuenta las fases del desarrollo del aprendizaje cooperativo [11]

Fase I: Diagnóstico

Al iniciar la investigación se realiza un diagnóstico por medio de entrevista a docentes, grupos focales de estudiantes y test de valoración conocimientos matemáticos

Para el fortalecimiento del pensamiento matemático se hizo necesario en primer lugar identificar las prácticas pedagógicas de los docentes y los factores que inciden en su desarrollo dentro y fuera del aula, se detectó que los estudiantes no dan la importancia que requiere la matemática para su aprendizaje, pese a que los docentes realizan actividades de trabajo que implican aprendizaje basado en problemas y desarrollo de proyectos; los estudiantes participan, desarrollan las actividades identificadas y logran los objetivos, pero no encuentran la esencia de la matemática como elemento fundamental del proyecto y, en ocasiones, se quedan solamente en la aplicación del concepto matemático relacionado.

Los docentes utilizan pedagogías activas centradas en el estudiante como sujeto activo del aprendizaje en procura de fortalecer competencias específicas del saber matemático propiciando, en particular, la autoactividad y el uso de las metodologías de aprendizaje basado en problemas y en proyectos y el trabajo colaborativo y cooperativo entre estudiantes.

En el pre-test se obtuvo una puntuación promedio de 2,86 con desviación estándar de 1,07 al valorar el nivel de pensamiento matemático. La prueba de Kolmogorov-Smirnov permitió establecer que los resultados obtenidos se ajustan a una distribución aproximadamente normal. Para análisis y comparación de los resultados en los grupos conformados por los estudiantes de las diferentes instituciones educativas se aplicaron pruebas de Bartlett y Fisher. La prueba Bartlett aplicada a la comparación de las varianzas indicó homocedasticidad entre los grupos y el procedimiento de análisis de varianza aplicado para comparar los grupos permitió concluir, mediante la prueba Fisher, la no existencia de diferencias significativas entre los promedios. Con base en estos resultados, se optó por trabajar, desde el punto de vista cuantitativo, sin diferenciar los grupos de estudiantes por institución.

Fase II: Intervención Pedagógica

La práctica pedagógica involucra tres saberes en el docente, el saber disciplinar relacionado con el conocimiento científico específico, el saber pedagógico que refiere a la forma como diseña estrategias didácticas y pedagógicas para acercar el conocimiento a los estudiantes y el saber académico que implica la transformación que, como persona, experimenta en el proceso [21]. Por otra parte, el estudiante experimenta un aprendizaje significativo cuando experimenta comprensión e identifica utilidad en el conocimiento nuevo que está asimilando. Sólo si se logra que el estudiante se motive, comprenda, analice y aplique los nuevos conocimientos, se puede deducir que está desarrollando el pensamiento matemático [26,45,46]

Desde esta óptica, se diseñaron dos actividades pedagógicas que involucran trabajo

cooperativo de los estudiantes y les lleva a encontrar aplicaciones de la matemática en campos de acción que están presentes en su diario vivir, pero que no habían sido exploradas. La primera corresponde a una simulación de tipo lúdico y la segunda al cálculo de un volumen. El docente realiza una introducción presentando los elementos básicos de la actividad, conforma los equipos de trabajo y deja abierta la acción para que sean los estudiantes quienes desarrollen las actividades bajo su propia espontaneidad, responsabilidad y creatividad. Finalmente se realiza socialización y análisis de resultados.

Actividad 1: Juego de la Bolsa de Valores

La bolsa de valores es un organismo que opera en el mercado de valores donde se realizan transacciones de valores, mediante mecanismos continuos de subasta pública [47]. Se trabaja mediante un proceso simulado en el cual solamente se realizan transacciones con las acciones de una sola empresa [48]. Se conforman grupos de tres estudiantes, cada grupo cuenta con un capital representado en dinero en efectivo (ficticio) y acciones de la empresa cuyo valor está previamente establecido; esto constituye el periodo actual. Para el siguiente periodo, el precio de las acciones puede variar (tres estados: el precio sube, baja o permanecer estable). La variación en cada estado siempre es del 10% del valor actual de la acción). Un analista económico (que puede ser un docente invitado) expresa las probabilidades de ocurrencia de cada estado (por ejemplo 40% al alza, 50% estable y 10% a la baja); con base en estas expectativas, los grupos de estudiantes realizan transacciones en la bolsa: venden y compran acciones. A continuación, en una bolsa se colocan 4 balotas color rojo (alza), 5 blancas (estable) y una azul (baja) para generar un proceso aleatorio equiprobable a la predicción del analista; el docente escoge al azar una balota y esta define la dirección que el mercado toma. Algunos estudiantes ganan, otros pierden, se genera una dinámica y, por supuesto, todos realizan cálculos y estiman su nuevo capital. El juego se realiza varias veces, al final cada equipo calcula su nuevo capital, describe la situación y analiza procedimientos y resultados. Una vez familiarizados con el juego, se pueden incorporar otros participantes, por ejemplo, un grupo de estudiantes puede operar como un banco que capta y presta dinero a tasas de interés establecidas; la dinámica del juego y de sus jugadores cambia completamente.

Esta actividad didáctica permite que el estudiante realice operaciones aritméticas, maneje proporciones, razones e involucre porcentajes y números fraccionarios. Ayuda a comprender y visualizar el comportamiento aleatorio de los diferentes estados y el cálculo de probabilidades. Facilita espacios para desarrollo de trabajo cooperativo, toma de decisiones y liderazgo, al tiempo que estimula la resiliencia entre compañeros.

Actividad 2: Estimación del volumen de un árbol

El principio de Arquímedes permite estimar el volumen de un cuerpo irregular; sin embargo, este procedimiento resulta un tanto inoperante cuando se trata de un árbol. Una posible aproximación al volumen de un árbol se puede alcanzar mediante la aplicación de la geometría fractal. La actividad se realiza en tres fases.

La primera fase implica que los estudiantes se familiaricen con los fractales. Luego de una presentación básica de conceptos, los estudiantes dibujan fractales, aproximan su dimensión y, posteriormente, construyen fractales en papel cuya dimensión sea mayor a 2 pero menor a 3. En esta fase, se estimula el pensamiento lateral, la motricidad fina y el pensamiento espacial, entre otros [49,50].

La segunda fase, lleva a los estudiantes a incursionar en la construcción, con la ayuda de espejos, de objetos que generen imágenes fractales. Una primera experiencia se logra al colocar espejos de forma tal que reflejen su propia imagen, primero con dos y luego con tres. Posteriormente se elaboran cuerpos geométricos (cubos, pirámides, octaedros) con espejos (parte de reflejo hacia adentro) cuya arista sea de diez centímetros (previamente acondicionados), dejando una parte de un vértice libre para poder observar por dentro. Los estudiantes observan, describen y establecen relaciones entre las geometrías euclidiana y fractal.

La tercera fase inicia con la selección de un árbol por cada grupo de estudiantes e identificación de la estructura fractal que subyace en él. Seguidamente hacen un conteo aproximado del número de ramas que le conforman. También identifican la estructura fractal de una de las ramas, seleccionada al azar y con ayuda de una cinta de medir establecen sus dimensiones para estimar su área y volumen. A partir de allí, realizan una estimación del volumen que ocupa el árbol en el espacio utilizando el volumen de la rama seleccionada, la estructura fractal del árbol y su dimensión fractal estimada. El volumen del tronco del árbol es estimado con base en aplicaciones de la geometría euclidiana y la altura se aproxima mediante utilización de triángulos semejantes. Se puede incorporar una variante en el sentido de estimar el volumen de una muestra de ramas seleccionadas aleatoriamente a diferentes alturas del árbol. La dinámica es diferente y permite a los estudiantes establecer comparaciones entre las dos situaciones.

Esta estrategia didáctica permite que el estudiante realice operaciones aritméticas, maneje proporciones, razones e involucre cálculos geométricos. Ayuda a comprender y visualizar el comportamiento geométrico de objetos no euclidianos. Facilita espacios para desarrollo de trabajo colaborativo, al tiempo que estimula los pensamientos: lateral, aleatorio, variacional, métrico y espacial.

La actividad puede extenderse mediante un trabajo académico similar tendiente a estimar el área total que cubren las hojas de un árbol. Puede llevar esto a estimar cantidades de oxígeno y nitrógeno producido en el proceso de fotosíntesis

Fase III: Hallazgos

Los docentes no habían desarrollado este tipo de prácticas pedagógicas en sus clases de matemáticas. Parte de la innovación la relacionan con la vinculación del trabajo cooperativo entre estudiantes y la forma de abordar la solución de los problemas planteados. Manifiestan que los estudiantes se vieron en la necesidad de complementar con lecturas y consultas bibliográficas, realizadas a través de la web, los conceptos

básicos que tenían sobre la bolsa de valores y su funcionamiento, incursionaron en el estudio del mercado bursátil y manifiestan que comprendieron muchos aspectos sobre la dinámica y el funcionamiento de la bolsa de valores, las acciones y el capital de las empresas.

La segunda práctica despertó inicialmente el interés por la exploración de una nueva geometría y la construcción de objetos en los que subyace el modelo fractal así como las aplicaciones de la geometría fractal. Les llamó bastante la atención la exploración de nuevas dimensiones geométricas y sus aplicaciones en diferentes áreas del saber. Los estudiantes manifestaron interés y trabajaron en forma dinámica en la construcción de objetos fractales. Se desarrolló un buen trabajo de tipo colaborativo al momento de realizar la práctica sobre el cálculo del volumen de un árbol, fue novedoso e interesante para ellos.

Los estudiantes manifestaron que inicialmente tenían cierta prevención para la realización de las actividades, pero que luego que iniciaron a trabajar no se percataron en qué momento se habían incursionado en ellas y las desarrollaron con mucha facilidad y entrega. Dicen que les motivó a buscar cómo explorar y aplicar conceptos. Afirman que aun cuando se trataba de clase de matemáticas, no vieron dificultad en trabajar y aplicar conceptos matemáticos, estos casi ni se notaban pero los estábamos aplicando: "aprendimos matemáticas sin darnos cuenta", relatan varios de ellos.

Se aplicó el post-test o test de salida con un promedio aritmético global de 3,87 y desviación estándar de 0,64. Nuevamente, las pruebas indicaron la no diferencia significativa entre grupos. Se infiere a partir de los resultados de las pruebas Fisher, para comparación de varianzas, y t-student, para comparación de promedios, que se presentó disminución significativa en la variabilidad de los datos con aumento significativo en el promedio correspondientes a desarrollo de pensamiento matemático.

Conclusiones

En general, los docentes manifiestan que este tipo de prácticas pedagógicas despiertan motivación en los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas y su utilización en otras disciplinas. Refieren a las capacidades de sus estudiantes como a ese conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes y competencias que desarrollan dentro del proceso de trabajo cooperativo con el propósito de la toma de decisiones en la primera actividad y la generación y valoración de oportunidades para encontrar soluciones en la segunda.

La experiencia permitió visualizar el compromiso con el que abordan los estudiantes las actividades propuestas y la generación de un ambiente de aula con implementación de aprendizaje cooperativo que favorece la relación entre docentes y estudiantes generando alternativas de trabajo en búsqueda de lograr un aprendizaje significativo de las matemáticas.

El trabajo mediante aprendizaje basado en problemas y aprendizaje cooperativo permitió

motivar a los estudiantes en el desarrollo del proceso de construcción de su propio conocimiento mediante el trabajo en equipos cooperativos en los que determinan roles según sus habilidades y participan activamente en la construcción de un conocimiento colectivo.

El estudio permitió determinar que las prácticas pedagógicas desarrolladas por docentes que impliquen innovación y creatividad en los alumnos, que propendan por el trabajo cooperativo y que relacionen las matemáticas con otras disciplinas que sean en cierta forma atractivas a los estudiantes, conllevan a generar ambientes de aprendizaje significativo de las matemáticas.

El docente que opte por la implementación de prácticas pedagógicas en el sentido descrito en este estudio, tendrá que tener presente cuatro aspectos fundamentales: (a) ser creativo e innovador en la generación de actividades pedagógicas que despierten el interés en sus estudiantes al momento de trabajar en el aula incorporando aplicaciones de la matemática en diferentes disciplinas, (b) antes de iniciar el proceso de su práctica pedagógica deberá planificar sus resultados de aprendizaje, la distribución del tiempo de trabajo, el material didáctico, la conformación de los grupos y los roles que asumirán sus integrantes, (c) orientar las etapas del aprendizaje, supervisar el trabajo cooperativo e intervenir cuando sea necesario y acompañar a sus estudiantes durante toda la actividad, (d) estimular la socialización de resultados, organizar actividades complementarias y promover la autoevaluación.

Conflicto de intereses: Los autores manifiestan que no hay conflicto de intereses

Referencias

- [1] D. Ausubel, *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*, Madrid: Paidós, 2002
- [2] D. Ausubel, J. Novak y H. Hanesian, *Educational psychology: a cognitive view*. 2nd. ed., New York: Holt Rinehart and Winston, 1978.
- [3] Y. Chevallard, *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique, 2009.
- [4] T. Leahey y R. Harris, *Aprendizaje y cognición*, Madrid: Prentice Hall Inc., 2000.
- [5] F. Contreras, "El aprendizaje significativo y su relación con otras estrategias", *Horizonte de la Ciencia*, vol. 6, no. 10, pp. 130-140, 2016
- [6] H. Gallardo y M. Vergel, "Hacia una propuesta para el aprendizaje de la geometría", *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 17, pp. 708-713, 2004.
- [7] S. Tobón, *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica*

y evaluación, Bogotá: ECOE, 2013.

- [8] K. León, A. Santos, y L. Alonso, "El trabajo colaborativo en educación", Horizontes, vol. 7, no. 29, pp. 1423-1437, 2023.
- [9] E. Ramírez y R. Rojas, "El trabajo colaborativo como estrategia para construir conocimientos", Revista Virajes, vol. 16, no. 1, pp. 89-101, 2014.
- [10] E. Chandía, A. Huencho. A. Ortiz y G. Cerda, "Habilidades cognitivas y sociales en la resolución de problemas matemáticos de forma colaborativa", Uniciencia vol.36, no.1, 2022.
- [11] L. Rosas, H. Gallardo, y D. Villamizar, "El aprendizaje cooperativo para el fortalecimiento del ambiente de aula y la relación docente – estudiante", Mundo FESC, vol. 11, no. s4, pp. 71-80, 2021.
- [12] R. Herrada y R. Baños, "Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas", Espiral: Cuadernos del Profesorado, vol. 11, no. 23, pp. 99-108, 2018.
- [13] C. Dávila, M. Cordero, y H. Gallardo, "Estrategia didáctica hacia la comprensión lectora y resolución de problemas trigonométricos a través del método heurístico de Pólya", Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada (RCTA), vol. 2, no. 40, pp. 7-14, 2022.
- [14] J. Díaz y J. Díaz, "La resolución de problemas desde un enfoque epistemológico". Foro de Educación, vol. 18, no. 2, pp. 191-209, 2020.
- [15] N. Vargas, J. Niño y F. Fernández, "Aprendizaje basado en proyectos mediados por TIC para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas", Revista Boletín Redipe, vol. 9, no. 3, pp. 167-180, 2020.
- [16] B. Rosales, E. Flórez y D. Escudero, "Aprendizaje basado en proyectos: explorando la caracterización personal del profesor de matemáticas", ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática, vol. 26, no. 3, pp. 506-525, 2018.
- [17] M. Villamizar, M. Vergel y H. Gallardo, "Pedagogía de Proyectos y pensamiento numérico en estudiantes de tercer grado", Revista Boletín Redipe, vol. 19, no. 13, pp. 381-390, 2021.
- [18] J. Díaz y K. Hernández, *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*, Bogotá: Mc Graw Hill, 2017.
- [19] C. Ceballos y J. Mendoza, "Cómo aprovechar el aprendizaje significativo en el aula", Educación y Educadores, vol. 9, no. 2, pp. 61-76, 2006.

- [20] J. Huaman, F. Ibarguen e I. Menacho, "Trabajo cooperativo y aprendizaje significativo en matemática en estudiantes universitarios de Lima", *Educação & Formação*, vol. 5, no. 3, 2020.
- [21] L. Zambrano, "Tres tipos de saber del profesor y competencias: una relación compleja", *Revista Educere*, vol. 10, no. 33, pp. 225-232, 2006.
- [22] R. Páez (ed.), *Práctica y experiencia: claves del saber pedagógico docente*, Bogotá: Ediciones Unisalle, 2015.
- [23] H. Gallardo. M. Vergel y D. Villamizar, "Pedagogical practices of physics teachers from the Catatumbo region, Colombia", *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1587, art. 012037, 2019.
- [24] H. Gallardo, F. Lozano y C. Dávila, "Competencias comunicativas y pensamiento matemático", *Mundo FESC*, vol. 11, no. s2, pp. 385-394, 2021.
- [25] L. Gómez, "Los determinantes de la práctica educativa", *Universidades*, no. 38, pp. 29-39, 2008.
- [26] M. Conde, M. Villalva y H. Gallardo, "Pedagogical guidelines for the development of competences that strengthen the teaching practices of the mathematics area", *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1329, art. 012017, 2019.
- [27] J. Arnal, *Investigación educativa: Fundamentos y metodología*, Barcelona: Labor, 1992.
- [28] H. Gallardo, M. Vergel, y F. Villamizar, "Investigación intervención y enfoque multimétodo en ciencias humanas y educación matemática", *Logos, Ciencia y Tecnología*, vol. 9, no. 2, pp. 85-96, 2017.
- [29] R. Hernández, C. Fernández y M. Baptista, *Metodología de la Investigación*, México: Mc Graw Hill, 2014.
- [30] C. Ruíz. "El enfoque multimétodo en la investigación social y educativa: una mirada desde el paradigma de la complejidad", *Revista de Filosofía y Socio Política de la Educación*, no. 8, pp. 13-28, 2008.
- [31] K. Lewin, "Action research and minority problems", *Journal of Social Issues*, vol. 2, no. 4, pp. 34-46, 1946.
- [32] J. Elliot, *La investigación-acción en educación* (5ª ed.), Madrid: Morata, 2005.
- [33] B. Restrepo, "La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico", *Educación y Educadores*, no. 7, pp. 45-55, 2004.

- [34] L. Álvarez-Gayou, *Cómo hacer investigación cualitativa*, México: Paidós, 2006.
- [35] S. Bustingorry, I. Sánchez y F. Ibañez, "Investigación cualitativa en educación. Hacia la generación de teoría a través del proceso analítico", *Estudios Pedagógicos*, vol. 32, no. 1, pp. 119-136, 2006.
- [36] L. Santos-Rodríguez, L. Llor-Salmon y M. Palma-Villavicencio, "La investigación acción como una estrategia pedagógica de relación entre lo académico y social", *Polo del Conocimiento*, vol. 3, no. 12, pp. 149-159, 2018.
- [37] J. Orjuela, H. Gallardo y C. Gómez, "El análisis de datos como estrategia para el desarrollo del pensamiento matemático y el pensamiento computacional", *Mundo Fesc*, vol. 11, no. S4, pp. 148-155, 2021.
- [38] N. Cortada de Kohan, "Teoría de respuesta al ítem" *Revista Evaluar*, no. 4, pp. 95-110, 2004.
- [39] J. Muñiz, "Las teorías de los tests: teoría clásica y teoría de respuesta a los ítems" *Papeles del psicólogo*, vol. 31, no. 1, pp. 57-66, 2010.
- [40] G. Prieto y A. Delgado, "Análisis de un test mediante el modelo de Rasch" *Psicothema*, vol. 25, no. 1, pp. 94-100, 2003.
- [41] F. Ghio, V. Morán, S. Garrido, A. Azpilicueta, F. Córtez y M. Cupani, "Calibración de un banco de ítems mediante el modelo de Rasch para medir razonamiento numérico, verbal y espacial", *Avances en Psicología Latinoamericana*, vol. 38, no. 1, pp. 157- 171, 2020.
- [42] E. Bologna, "Tendencias en el análisis estadístico", *Revista Evaluar*, no. 11, pp. 59-84, 2012.
- [43] H. Goldstein, *Multilevel statistical models*, Londres: Institute of Education. Multilevel Models Project, 1999.
- [44] S. Peña, *Análisis de datos*, Bogotá: Fondo Editorial Areandino, 2017.
- [45] F. Gómez, H. Gallardo and D. Villamizar, "Learn by doing as a didactic strategy through the codecademy web portal in pedagogic practice promote creative thinking and significant learning in students", *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1408, art. 012025, 2019.
- [46] M. Niño, H. Gallardo and D. Villamizar, "Strengthening mathematical interpretation competence through the portfolio as a learning tool", *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1408, art. 012022, 2019.

- [47] L. Rocca, *El mercado de valores en fácil*, Lima: Editorial PUCP, 2017.
- [48] H. Gallardo, M. Vergel y C. Dávila, "Pensamiento lateral, creatividad y emprendimiento", *Mundo Fesc*, vol. 11, no. S5, pp. 38-46, 2021.
- [49] H. Gallardo et al, "Exploración y Aprendizaje de la Geometría Fractal", *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 13, p.186-190, 2000.
- [50] B. Mandelbrot, *La geometría fractal en la naturaleza*, Barcelona: Tusquets Editores S. A., 1997.