

# Modelo matemático para la optimización de los tiempos muertos. Una aplicación en el sector transporte público de San José de Cúcuta

Mathematical model for the optimization of downtime. An application in the public transportation sector of San Jose of Cucuta

**Recibido:** 10 de septiembre de 2024

**Aprobado:** 22 de diciembre de 2024

**publicación:** 1 de mayo del 2025

**Forma de citar:** J. A. Silva Manchego, W. . Palacios Alvarado, and Álvaro J. . Caicedo Rolon, "Modelo matemático para la optimización de los tiempos muertos. Una aplicación en el sector transporte de San José de Cúcuta", Mundo Fesc, vol. 15, no. 32,pp. 209-226 May 2025, doi: 10.61799/2216-0388.1657.

## Jorge Andres Silva-Manchego



Ingeniero Industrial,  
jorgeandressm@ufps.edu.co,  
<https://orcid.org/0009-0008-6589-868X>,  
Universidad Francisco de Paula Santander,  
Cúcuta, Colombia.

## Wlamy Palacios-Alvarado



Doctor en Ciencias Gerenciales,  
wlamyralacios@ufps.edu.co,  
<https://orcid.org/0000-0002-4292-4178>,  
Universidad Francisco de Paula Santander,  
Cúcuta, Colombia.

## Álvaro Junior Caicedo-Rolon



Doctor en Ingeniería,  
alvarojuniorcr@ufps.edu.co,  
<https://orcid.org/0000-0002-3651-3364>,  
Universidad Francisco de Paula Santander,  
Cúcuta, Colombia.

**\*Autor para correspondencia:**

E-mail: jorgeandressm@ufps.edu.co



# Modelo matemático para la optimización de los tiempos muertos. Una aplicación en el sector transporte público de San José de Cúcuta

**Palabras clave:** Modelo Matemático, Optimización, Programación Lineal, Tiempos Muertos, Transporte.

## Resumen

La ausencia de estudios técnicos orientados a la optimización del transporte público en el Norte de Santander puede presentar consecuencias como el aumento de la congestión vehicular, la ineficiencia operativa de las rutas existentes, la insatisfacción de los usuarios debido a la falta de cobertura, la infraestructura deficiente y los tiempos de espera prolongados. Si no se implementan herramientas de planificación basadas en investigación, las entidades responsables podrían continuar tomando decisiones de forma reactiva y desarticulada, prolongando los problemas estructurales del sistema de movilidad. En esta investigación se diseñó un modelo matemático de asignación para reducir al mínimo los tiempos muertos (tiempos de retraso o tiempo de adelanto). Inicialmente, se realizó un diagnóstico, con base en información histórica que recolectó la empresa en cuestión, seguido de la creación de una hoja de tiempos para identificar patrones de cuando llegaban los conductores a las estaciones. Por último, se analizaron estos datos y se crearon indicadores de rendimiento y se definieron perfiles estratégicos. Los resultados de la simulación del modelo mostraron mejoras en la operación diaria del sistema, disminuyendo en un 14% el tiempo en que los conductores no era aprovechado en el turno laboral. La experimentación con distintos escenarios dentro del modelo demostró lo adaptable que es, y cuán útil es en situaciones donde se busca expandir o modificar el sistema. Este hallazgo valida que lo propuesto es funcional, y es una herramienta sólida para apoyar la toma de decisiones en la logística diaria. Además, el modelo permite clasificar a los conductores de manera eficiente, según su tiempo promedio, lo cual ayuda a organizar los turnos de manera más estratégica.

# Mathematical model for the optimization of downtime. An application in the public transportation sector of San Jose of Cucuta

## Abstract

The absence of technical studies aimed at optimizing public transportation in Norte de Santander can lead to increased traffic congestion, operational inefficiency of existing routes, user dissatisfaction due to lack of coverage, poor infrastructure, and long wait times. If research-based planning tools are not implemented, responsible entities could continue to make reactive and disjointed decisions, prolonging the structural problems of the mobility system. This research designed a mathematical allocation model to minimize dead time (delay or lead time). Initially, a diagnosis was conducted based on historical information collected by the company in question, followed by the creation of a time sheet to identify patterns in driver arrival times at stations. Finally, these data were analyzed, and performance indicators were created and strategic profiles defined. The results of the model's simulation showed improvements in the daily operation of the system, reducing the time drivers were not using during their work shifts by 14%. Experimentation with different scenarios within the model demonstrated its adaptability and usefulness in situations where the system is being expanded or modified. This finding validates that the proposed model is functional and a solid tool for supporting decision-making in daily logistics. Furthermore, the model allows drivers to be classified efficiently based on their average time, which helps organize shifts more strategically.

**Keywords:** Downtime, Linear Programming, Mathematical Model, Optimization, Transportation.

## Introducción

De acuerdo a [1] la planeación engloba los procedimientos esenciales para gestionar estratégicamente una cadena de suministro que ya está en funcionamiento, para esto la empresa debe decidir cómo abastecer una demanda prevista utilizando los recursos disponibles. Un elemento crucial de la planificación implica establecer un conjunto de indicadores para supervisar la cadena de suministro, asegurando su eficiencia y la entrega de los productos de alta calidad y valor a los clientes.

Como indica el estudio [2], el costo logístico nacional se ha elevado al 17.9%, que sobrepasa la meta planteada en la Política Nacional Logística (DNP). Un instrumento que se utiliza para analizar el desempeño logístico del país e informar el planteamiento de políticas y el sector privado es el ENL, facilitando la recopilación y el trabajo de información en la cual se incorporan los elementos básicos de la infraestructura y de los servicios de telecomunicaciones, transporte, almacenaje, comercio exterior y otras actividades en el ámbito logístico de modo que se constituya un instrumento eficiente para fomentar progresos y de acuerdo a [3], en consecuencia, se estipulan la efectividad y la calidad de los sistemas logísticos a nivel nacional, que implican la utilización óptima de los recursos en los procesos de transporte, por ejemplo, no es suficiente optimizar la gestión del número de vehículos, sino que también es necesario abordar la contaminación del aire asociada con ello.

En el ámbito del transporte público de pasajeros, como indica el estudio [4], se deben planificar una serie de elementos importantes que permitan el funcionamiento eficiente, sostenible y proporcionen un servicio adecuado. Estos componentes incluyen la demanda anticipada, elaboración de rutas, el número y tipo de vehículos, los mantenimientos, el consumo de combustible, el requerimiento de personal, y demás aspectos importantes para el desarrollo operacional. Para cada uno de estos, es importante aplicar ciertas técnicas que facilitan el análisis y la planificación de las acciones a realizar.

“Como indican varios estudios [5] y [4]”, la particularidad esencial de un modelo en la programación matemática en el ámbito de la investigación de operaciones consiste en su connotación con algunas relaciones matemáticas (por ejemplo, ecuaciones, desigualdades lógicas, dependencias lógicas entre otras) que no son superficialmente obvias. Estas relaciones tratan cuestiones no inmediatamente perceptibles como restricciones tecnológicas, restricciones del mercado y otras. La programación lineal se destaca como la técnica más importante en investigación de operaciones, diseñada específicamente para modelos con funciones objetivo y restricciones lineales. Además de esta técnica, existen otras alternativas como la programación entera.

De acuerdo a [6], la optimización logística es, más que un procedimiento que involucra, la conclusión de las decisiones no esenciales sea el último recurso, es emplear una variedad de técnicas de optimización para resolver los problemas. La integración de estas mismas tiene como propósito principal la mejora de todos los problemas logísticos considerando el sentido común, las mejores prácticas empresariales y la capacidad de ponerlo en práctica real.

El término tiempo muerto hace referencia a las etapas en las que la maquinaria no puede funcionar con normalidad al objetivo de producción o cualquier otro propósito secundario, debido a circunstancias tales como fallos, tareas de mantenimiento u otras situaciones parecidas como lo indica el estudio [7].

“Como indican varios estudios [8] y [9]”, que establecieron canales de comunicación entre los vehículos y los usuarios del servicio de transporte público urbano, mediante el desarrollo de una aplicación móvil que mejora la eficiencia del transporte público dentro de la ciudad. Se empleó el método de transporte mediante la aplicación del simplex de programación lineal en la organización caso de estudio, el objetivo es determinar planes de envío óptimos que minimicen la totalidad de los costos asociados al producto principal. Posteriormente, se procesa dicho modelo utilizando Solver en Excel para obtener la solución ideal.

Este estudio realiza una evaluación comparativa en la optimización del transporte público urbano en Medellín, Colombia, considerando cambios significativos en la densidad poblacional. Se enfoca en mejorar el servicio en la zona Norte de la ciudad, abordando variables en áreas como la mecánica de vehículos, gestión de talento humano, gestión ambiental y operativa. El resultado es un plan de ruta que propone el incremento de un 25% el número de pasajeros, mejorando los tiempos de usuario y promoviendo el desarrollo sostenible tanto para el medio ambiente como para la empresa de transporte de acuerdo a [10].

Esta investigación se desarrolló en una empresa prestadora de servicios de transporte público en la ciudad de Cúcuta, donde se encontró la problemática de los tiempos muertos (tiempo de retraso o tiempo de espera), planteando la posibilidad de que por supervivencia las empresas puedan tener problemas porque existe una utilización inefectiva de la jornada. Para afrontar la problemática referida al proceso transporte, la empresa objeto de estudio acepta que el problema requiere de bonificaciones óptimas para el cumplimiento.

Así esta investigación tiene como meta el mejoramiento de la eficiencia operativa, a través de la formulación de un modelo matemático de programación lineal que busque en lo posible reducir los tiempos muertos en la ruta. Este modelo sirve de fundamento en la discusión de las estrategias y las técnicas que buscan determinar la posible combinación de variables, para el propósito de la minimización de la distancia recorrida a los destinos. Al disminuir los tiempos muertos, no solo mejora la eficiencia general del proceso de transporte, sino que además se obtienen beneficios como una reducción en los periodos de espera para los usuarios del servicio.

## Materiales y métodos

### Recolección y análisis de la información

De acuerdo a [11], [12], la recolección de la información y análisis de la información, es esencial para llevar a cabo un proceso planificado de manera paso a paso para obtener resultados coherentes que contribuyan de manera positiva al logro de los objetivos establecidos. En el proceso de investigación, si la obtención y recopilación de información no se realizan de manera sistemática, siguiendo un proceso ordenado y coherente que permita evaluar la confiabilidad y validez del proceso y la información recolectada, esta carecerá de relevancia y, por lo tanto, no podrá reflejar con precisión la realidad social que se busca describir.

Una hoja de tiempos es un instrumento donde el investigador debe documentar las observaciones, donde debe registrar los datos recopilados durante la ejecución del muestreo en el proyecto. El análisis de datos implica descomponer los elementos fundamentales de la información y analizarlos con el fin de abordar las preguntas planteadas en la investigación. La interpretación, por otro lado, es el proceso mental utilizado para buscar un significado más amplio en la información empírica recolectada [13].

### Referencias teóricas

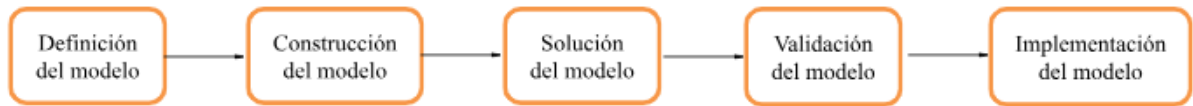
La Investigación de operaciones se centra en la optimización y en la creación de modelos para sistemas complejos y estocásticos derivados de situaciones reales, respondiendo a la necesidad de asignar recursos escasos. Se puede describir la investigación de operaciones como una ciencia aplicada a los problemas de toma de decisiones donde se consideren análisis de tipo cuantitativo que en general implica la asignación y el control de recursos limitados. Mediante el uso de técnicas como el modelamiento matemático y simulación analizando situaciones complejas en las empresas u organizaciones, con el fin de proporcionar a los directivos elegir las decisiones que conlleven a una mejora eficiente y poder construir sistemas con más productividad [14]. No obstante, la formulación descrita no es aplicable para todos los problemas de asignación de recursos limitados. En situaciones donde ciertas suposiciones fundamentales no se satisfacen la programación lineal, hay opciones alternativas disponibles, como la programación entera, ya sea pura o mixta, o la programación no lineal,

que ayudan a abordar de manera eficiente problemas específicos que pueden surgir “como indican varios estudios [15].

De acuerdo a [16] la programación lineal entera binaria se desarrolla bajo lineamientos, incorporando un algoritmo matemático diseñado a resolver entornos complejos representados por simbología de programación lineal. Elegido estratégicamente; sus metas específicas/subobjetivos locales incluyen la perfección de la optimización de la función objetivo, que a menudo está relacionada con costos o tiempo en cualquier situación donde las variables de decisión deben ser enteras y restringidas a solo dos valores: 0 y 1.

Como indica el estudio [17] el problema de asignación se caracteriza por la asignación efectiva de individuos a tareas específicas. A diferencia de los métodos anteriores, este enfoque implica una distribución adecuada de recursos para llevar a cabo funciones específicas, proporcionando una visión particular en el campo de la optimización y la toma de decisiones.

**Diseño de la Investigación.**



*Figura 1: Fases de un estudio de Investigación de Operaciones*

*Fuente: Elaborado a partir de [5]*

De acuerdo a [5], la investigación de operaciones consta de una serie de fases, como se muestra en la Figura 1:

Identificación del problema, en esta etapa se detecta y describe con precisión el problema que será abordado. Es esencial tener una comprensión clara de la naturaleza y la extensión del problema antes de avanzar a las siguientes etapas.

Construcción del modelo, en esta fase se construye un modelo matemático para abstraer el problema de manera organizada y estructurada. Este modelo ayuda en el caso de reducir la complejidad de la realidad y encontrar las mejores soluciones que faciliten la toma de decisiones.

La solución al modelo, es donde se comienza a usar métodos de investigación de operaciones. Lo hacemos para darle un buen desarrollo a ese modelo matemático, para resolverlo y así poder encontrar la respuesta que mejor se ajuste al problema. Este proceso también implica usar unas cuantas herramientas como programación lineal, la simulación, y hasta la teoría de colas.

Validación del modelo, tras obtener una solución, es esencial validar y verificar la eficacia del modelo propuesto para asegurar su adecuación a la realidad. Se llevan a cabo pruebas y análisis con el fin de evaluar la precisión y eficacia del modelo.

Implementación del desarrollo, finalmente se aplica la solución identificada en el entorno real, seguido por un seguimiento para medir su desempeño y efectividad. Es importante supervisar los resultados y efectuar ajustes si es necesario, asegurando así la consecución de los objetivos establecidos.

La investigación se llevó a cabo en una empresa de transporte público ubicada en la ciudad de Cúcuta, Colombia, encargada de brindar un servicio esencial: trasladar a los pasajeros a su lugar de destino proporcionando calidad y satisfacción a los usuarios. La organización cuenta con la infraestructura necesaria para despachar los vehículos de tal forma que pueda

satisfacer la demanda de la localidad. Se realiza el estudio en la ruta con más demanda de pasajeros.

Se usó un tipo de investigación descriptiva ya que “comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición o proceso de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes o sobre grupo de personas, grupo o cosas, se conduce o funciona en presente” de acuerdo a [18].

### Población y muestra

La población de acuerdo a [18] es un conjunto de individuos de la misma clase, limitada por el estudio. “La población se define como la totalidad del fenómeno a estudiar donde la unidad de población posee una característica común la cual se estudia y da origen a los datos de la investigación”.

La población serán los conductores que hacen parte de las dos rutas establecidas por la empresa donde la primera ruta consta de 32 conductores y la segunda ruta de 20 conductores, de esta manera se conocerá perspectivas que no hayan sido contempladas anteriormente.

La muestra es la que puede determinar la problemática ya que es capaz de generar los datos con los cuales se identifican las fallas dentro del proceso. De acuerdo a [18] afirma que la muestra “es el grupo de individuos que se toma de la población, para estudiar un fenómeno estadístico”.

La muestra que corresponde al objeto de la investigación, que son los conductores para determinar posibles soluciones, se considera un tipo de muestra probabilística que estará definida por unos parámetros para encontrar el tamaño muestral dados los siguientes datos: nivel de confianza (Z)=90% tamaño poblacional(N)=52 margen de error (e)=10%

#### *Tamaño Muestral*

$$n = \frac{k^2 * p * q * N}{(e^2 * (N - 1)) + k^2 * p * q}$$

**Fuente:** Hernández y Saavedra, 2019

*Figura 2. Tamaño muestral*

*Fuente: Elaboración propia*

$$n = \frac{1.65^2 * 0.9 * 0.1 * 52}{0.1^2 * (52 - 1) + 1.65^2 * 0.9 * 0.1}$$

Reemplazando los datos de la fórmula del tamaño muestral y haciendo el cálculo correspondiente como se muestra en la Figura 2 se tendrá en cuenta un total de 30 conductores como tamaño muestral.

## Resultados y Discusión

### Caso de aplicación

Se realizó el estudio en la ruta con más demanda de pasajeros como se presenta en la Figura 3.



Figura 3. Puestos de control

Fuente: Elaborado a partir de Google maps

Mediante una hoja de tiempos como se presenta en la Tabla I, se comprenden las distintas estaciones por las cuales deben transitar los vehículos durante las diversas jornadas, junto con la frecuencia de tiempo establecida por parte de la empresa en cada uno de los puestos de control, se identificó los momentos en los que los conductores evidencian un buen desempeño laboral y también tiempos muertos (tiempo de retraso o tiempo de adelanto).

Tabla I. Hoja de tiempos

FECHA	CONDUCTOR	SALIDA /FRECU-ENCIAS POR ESTACION	ESTACION 1	ESTACION 2	ESTACION 3	ESTACION 4	ESTACION 5	ESTACION 6	ESTACION 7	TIEMPOS MUERTOS
			0:05	0:09	0:05	0:09	0:44	0:18	0:17	(MINUTOS)
3/10/23	1	11:00	11:05	11:14	11:19	11:28	12:12	12:30	12:47	+ 0:03
3/10/23	3	11:21	11:26	11:35	11:40	11:49	12:33	12:51	13:08	+ 0:04
3/10/23	7	12:14	12:19	12:28	12:33	12:42	13:26	13:44	14:01	- 0:02
3/10/23	5	12:38	11:26	11:35	11:40	11:49	12:33	12:51	13:08	+ 0:03
3/10/23	9	13:08	13:13	13:22	13:27	13:36	14:20	14:58	15:15	+ 0:04
3/10/23	2	13:50	13:55	14:04	14:09	14:18	15:02	15:20	15:37	- 0:02

3/10/23	1	14:15	14:20	14:29	14:34	14:43	15:27	15:45	16:02	- 0:03
3/10/23	4	14:31	14:36	14:45	14:50	14:59	15:43	15:51	16:08	+ 0:03
3/10/23	6	14:40	14:45	14:54	14:59	15:08	15:52	16:10	16:27	+ 0:01
3/10/23	10	14:52	14:57	15:06	15:11	15:20	16:04	16:22	16:39	- 0:03

Fuente: elaboración propia

Este análisis determinó en qué tipo de turno cada conductor realiza el cumplimiento de la ruta de manera eficiente, presentando un mínimo de incidencias o incluso sin presentar novedades. Estos resultados permitieron la clasificación de los conductores por grupos dándoles una categoría de: A, B, C, D, E, como se puede apreciar en la Tabla II.

Tabla II. Matriz de tiempos.

TURNO TIPO j	CONDUCTOR TIPO i				
	A	B	C	D	E
PT	2	3	4	5	9
S.T	3	4	5	6	10
T.T	4	5	6	7	11
C.T	5	6	7	8	12

Fuente: Elaboración propia

La investigación se centró en destacar la eficiencia del proceso de transporte de la ruta objeto de estudio, utilizando información recolectada durante una jornada laboral de un mes específico. Con el objetivo de plantear soluciones que no comprometieran ni la productividad ni los costos operativos de la empresa. Este análisis detallado contribuyó al diagnóstico inicial, ofreciendo una visión clara de la brecha entre la oferta actual y las expectativas de demanda, prepara el camino para futuras recomendaciones orientadas a optimizar el rendimiento del transporte en el sector.

### Descripción del proceso

En la empresa objeto de estudio el equipo operativo comienza el primer turno de trabajo a las 4:45 am, desde el área de coordinación de transporte solicita a los conductores que cumplan con unas especificaciones antes de salir al transcurso de la ruta como lo es la inspección pre-operacional, para saber si el vehículo cuenta con los requisitos mínimos para realizar la ruta. Una vez cumplido con ese proceso, los encargados del área en cuestión asignan a los conductores, la frecuencia de salida y empieza el monitoreo para saber que se esté cumpliendo con el trayecto apropiado, sino es así, y se presenta alguna novedad el conductor debe notificar y evidenciar este imprevisto, para que se pueda asignar otro vehículo en ese momento.

También la empresa decidió clasificar los tiempos como lo muestra la Figura 4:



Figura 4: Clasificación de tiempos.

Fuente: Tomado de la empresa objeto de estudio.

## Diseño del modelo matemático de Programación Lineal

La investigación implica buscar la combinación óptima que permita satisfacer con la demanda esperada, a través de la aplicación de la técnica de la programación lineal entera binaria se ajusta el proceso con el fin de alcanzar eficientemente el objetivo establecido por parte de la empresa.

### Variables del problema.

De acuerdo a [19] conocer las variables que ofrecerán solución al problema, es decir, las incógnitas que abordaran el modelo de programación lineal, puede ser en número tan amplio como sea requerido, con el objetivo de representar de manera óptima la realidad.

### Definición de las variables de decisión.

$i$  = Subíndice que identifica el tipo de conductor:

A= Conductores a los que no se le atribuyen un tiempo muerto inicialmente, pero se le asigna un tiempo adicional para imprevistos.

B= Conductores a los que se le atribuyen un tiempo muerto mínimo inicialmente, pero se le asigna un tiempo adicional para imprevistos.

C= Conductores a los que se le atribuyen un tiempo muerto promedio inicialmente, pero se le asigna un tiempo adicional para imprevistos.

D= Conductores a los que se le atribuyen un tiempo muerto alto inicialmente, pero se le asigna un tiempo adicional para imprevistos.

E= Conductores a los que se le atribuyen un tiempo muerto en exceso inicialmente, pero se le asigna un tiempo adicional para imprevistos.

$j$ = Subíndice que indica el turno de la jornada laboral

Se clasifica en cuatro turnos de trabajo:

**Primer turno:** 4:48 am a 7:48 am

**Segundo turno:** 7:56 am a 10:56 am

**Tercer turno:** 11:06 am a 2:56 pm

**Cuarto turno:** 3:02 pm a 5:42 pm

$X_{ij}$ : Cantidad de conductores tipo  $i$  asignados en un turno tipo  $j$ .

### Definición de parámetros constantes

$n_{ij}$ = número de conductores tipo  $i$  en el turno tipo  $j$ .

$t_{ij}$ = tiempo que realiza el conductor tipo  $i$  en el turno tipo  $j$ .

$f_{ij}$ = frecuencia que es enviado el conductor tipo  $i$  en el turno tipo  $j$ .

### Función objetivo.

Entender el propósito que se busca alcanzar, ya sea maximizar las ganancias o minimizar los costos, siempre teniendo en consideración el principio de optimización de acuerdo a [19].

El objetivo establecido consistió en la minimización de los tiempos muertos, los cuales están representados por la siguiente expresión:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{ij} * X_{ij}$$

### **Coefficientes de la función objetivo.**

Son los números que acompañan a las variables de decisión en la expresión de la función objetivo de acuerdo a [19].

**Restricciones:** Es esencial formular las restricciones, que representan los criterios que la solución óptima debe satisfacer para ser implementada con éxito y proporcionar significativos beneficios a la empresa. Estas restricciones, también denominadas limitantes, establecen los valores máximos o mínimos que deben ser observados para asegurar el logro de la optimización de acuerdo a [19].

El modelo matemático considerado para la jornada laboral restricciones tales como: la capacidad disponible y la no negatividad.

### **Restricción de capacidad.**

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} \leq n_{ij} \text{ (Número total de conductores disponibles)}$$

$$\sum_{j=1}^m t_{ij} * X_{ij} \leq t_{ij} \text{ (Tiempo total disponible)}$$

$$\sum_{j=1}^m X_{ij} > 0 \text{ Frecuencia para cada conductor debe ser mayor a cero}$$

### **Restricción de no negatividad.**

$$\sum x_{ij} > 0 \text{ todo valor } X_{ij} \text{ debe ser mayor a } 0$$

Utilizando la información obtenida a través de las herramientas de recolección de datos, se analizaron las situaciones concretas específicas relacionadas con la ejecución de la ruta con el fin de presentar una “solución completa” a los muchos escenarios que se notaron en el proceso. Los datos recopilados fueron sometidos a un análisis detallado utilizando la técnica de programación lineal entera binaria para la asignación. Esta perspectiva permitió una evaluación cuidadosa y sistemática y fue una base útil para señalar áreas de ineficiencia y mala toma de decisiones estratégicas en la asignación de conductores en rutas de transporte público.

### **Solución del modelo matemático**

Con el fin de lograr la aplicación del modelo ideal, la empresa debe someterse a cambios en su proceso como se ilustra en la Tabla III, se proporciona una sugerencia que podría resultar en mejoras, esta solución fue seleccionada al lograr resultados aproximados.

*Tabla III. Matriz de resultados*

CONDUCTOR TIPO <i>i</i>					
TURNO TIPO <i>j</i>	A	B	C	D	E
PT	1	0	0	0	0
S.T	0	1	0	0	0
TT	0	0	1	0	0
C.T	0	0	0	1	0

**Función objetivo: 20 minutos**

Los resultados obtenidos con el uso de la técnica de la programación lineal entera binaria revelan que el modelo ideal permite la asignación de únicamente cuatro tipos de conductores, en específico los de tipo “E” que no fueron seleccionados en la combinación optima indican la necesidad de ajustar los tiempos muertos de esta clasificación, sugiriendo hacer una evaluación exhaustiva del personal que presenta un bajo desempeño, según lo indicado por la clasificación actual. Esta evaluación permitirá identificar mejoras a realizar y abordar proactivamente el rendimiento de los conductores analizados. Con la solución actual disminuirán los tiempos muertos en 20 minutos diarios.

En la Tabla IV se presenta la asignación de algunos conductores durante el trayecto de la ruta. Sin embargo, la empresa debe realizar una asignación para cada periodo de cambio de ruta, como puede ser semanal, modificando los parámetros del modelo de asignación original. Esto presenta un nuevo escenario en el cual se realiza una asignación diferente y se optimiza nuevamente la función objetivo.

Tabla IV. Asignación de conductores

Conductores											
Primer turno	Estación 1	Estación 2	Estación 3		Estación 4		Estación 5		Estación 6		Estación 7
	5 min	9 min	5 min		9 min		44 min		18 min		17 min
4:53 am	A <sub>1</sub>										
5:03 am	A <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>									
5:13 am	A <sub>3</sub>	A <sub>2</sub>		A <sub>1</sub>							
5:23 am	A <sub>4</sub>	A <sub>3</sub>		A <sub>2</sub>		A <sub>1</sub>					
5:33 am	A <sub>5</sub>	A <sub>4</sub>		A <sub>3</sub>		A <sub>2</sub>					
5:43 am	A <sub>6</sub>	A <sub>5</sub>		A <sub>4</sub>		A <sub>3</sub>					
5:53 am	A <sub>7</sub>	A <sub>6</sub>		A <sub>5</sub>		A <sub>4</sub>					
6:03 am	A <sub>8</sub>	A <sub>7</sub>		A <sub>6</sub>		A <sub>5</sub>		A <sub>1</sub>			
6:13 am	A <sub>9</sub>	A <sub>8</sub>		A <sub>7</sub>		A <sub>6</sub>		A <sub>2</sub>			
6:23 am	A <sub>10</sub>	A <sub>9</sub>		A <sub>8</sub>		A <sub>7</sub>		A <sub>3</sub>		A <sub>1</sub>	
6:33 am	A <sub>11</sub>	A <sub>10</sub>		A <sub>9</sub>		A <sub>8</sub>		A <sub>4</sub>		A <sub>2</sub>	
6:43 am	A <sub>12</sub>	A <sub>11</sub>		A <sub>10</sub>		A <sub>9</sub>		A <sub>5</sub>		A <sub>3</sub>	A <sub>1</sub>

Fuente: elaboración propia

## Discusión

Se encontró la mejora más significativa en la ruta 2, logrando reducir la distancia total recorrida en un 8% (de 11.93 km a 10.98 km.). A sí mismo la ruta 8 experimentó una optimización del 19%, se acerca al límite máximo del 20%, logrando una reducción de la distancia del 18%, pasando de 17.56 km a 14.34 km [19].

Los resultados derivados de la implementación del algoritmo de p-mediana para la elección de clientes en cada centro de distribución indican claramente que asignar a los clientes al centro de distribución más cercano se ha revelado como una estrategia altamente eficiente. Esta táctica conduce a una notable disminución en la distancia total recorrida, y su eficacia se compara de manera favorable con las heurísticas convencionales, tal como se ha resaltado en investigaciones previas. Además, nuestro modelo propuesto facilita de manera efectiva el aprovechamiento de los dos centros de distribución disponibles, generando mejoras sustanciales en la distancia total recorrida en contraste con situaciones en las que solo se utiliza un centro de distribución. Las mejoras registradas, que oscilan entre un 4% y un 20%, subrayan la efectividad de esta estrategia dual [20]

Las soluciones ideales, en cuanto al número de unidades de transporte a utilizar, se definen como

un equilibrio entre el impacto medioambiental y los aspectos financieros. El costo total asociado al transporte de un gran número de personas es significativamente elevado, considerando la monetización del tiempo de los individuos involucrados en el servicio y la incorporación de coeficientes que reflejan las externalidades negativas generadas por sus decisiones de consumo. La evaluación del costo de la flota, proporciona una perspectiva más clara sobre la eficiencia en el uso de recursos que evidencia el desarrollo del modelo. En la actualidad, durante las horas pico, circulan 246 unidades, mientras que con el modelo propuesto se reducirá esa cantidad a 194, representando una disminución del 21%. Esto conlleva, directamente, a una reducción del costo de la flota, disminuyendo de \$ 8910.72 a \$ 6608.39 [21]

A partir de lo presentado, se deduce que la estrategia principal presenta un promedio de 22,05 horas para la combinación de los tiempos de entrega y 9,5 horas en promedio para los tiempos totales de la ruta. En contraste, la estrategia alternativa arroja un valor de 23,15 horas para la suma de los tiempos de entrega y 8,93 horas para los tiempos totales de la ruta. Esto indica que en la estrategia principal se logra una disminución del 5% en los tiempos promedio de entrega. Sin embargo, se han detectado ciertas limitaciones, como la necesidad de herramientas de georreferenciación para monitorear las rutas del transporte público y la ubicación en tiempo real de cada unidad. Además, factores como la geografía y la infraestructura vial dificultan la movilidad de los vehículos, afectando el cumplimiento de frecuencias y la satisfacción de la demanda [22]

El modelo matemático propuesto ofrece la posibilidad de mejorar la eficiencia de los costos logísticos relacionados con el transporte de paquetes y mensajería por tierra, los cuales suelen utilizar en Colombia estructuras de red tipo "hub and spoke". Este enfoque, al considerar el factor de sobrecarga y la introducción de centros logísticos intermedios, permite obtener ventajas económicas significativas. Específicamente, se logra una reducción del 13% en los costos totales en comparación con la configuración tradicional de la red de paquetería y mensajería [23]

Un ejemplo representativo es el estudio que hicieron con Quehenberger Logistics, donde usaron el método VAM (el de Vogel) para ajustar su red de distribución y se obtuvieron que Los costos de logística bajaron de 59.695 a solo 32.805 unidades monetarias. El enfoque metodológico usado en la investigación se centró en productos electrónicos, pero es aplicable a otros contextos como el transporte público urbano, donde la asignación eficiente de recursos como vehículos, conductores y franjas horarias puede contribuir de una manera significativa a la reducción de los tiempos muertos [24]

El estudio realizado se aplicó a un caso concreto en la ciudad de Montería, Colombia, para ser exactos, se evaluó la operación de ocho rutas importantes durante todo un día, de cinco de la mañana a nueve de la noche. Los resultados demostraron que la estrategia que ideamos funciona. Logramos, en la mayoría de los casos, un rendimiento cercano al ideal, más del 95% de la utilidad esperada, con solo una pequeña diferencia de un 4,7% en promedio, al compararlo con un modelo matemático que teníamos como referencia. Además, nos aseguramos de ofrecer un servicio de primera clase, cubriendo más del 90% de la demanda, incluso en las rutas más concurridas. También se optimizó el uso de los autobuses sin que los costos operativos subieran mucho. La velocidad con la que se procesaron los datos se llega a una reducción de hasta el 98% en el tiempo, comparado con el modelo "exacto". Eso nos muestra que la técnica funciona bien, muy bien, en el mundo real, donde necesitamos una programación que sea eficiente y se haga rápido [25]

Este enfoque, en diferentes circunstancias, se hicieron estudios pensando en cuando hay pocos pasajeros y cuando hay muchos. Cuando no había casi nadie, con solo cambiar un poco los horarios, ya estaba listo para el distanciamiento, evitando que los recorridos fueran el equivalente a 3,2 pasajeros por kilómetro, cuando se llenaba todo de gente se tuvo que colocar más buses a la flota, tres más para ser exactos. Además, se decidió hacer más viajes, subió de seis a nueve rutas programadas. Así fue la única forma de no sobrepasar del límite permitido, evitando esos recorridos extra que hubieran sumado, hasta 89 pasajeros-kilómetro de más [26]

Una técnica innovadora, se propuso para mejorar la sincronización del transporte público en cada parada de autobús, para que todo funcione mejor, más rápido. Los resultados de las pruebas, muestran claramente que este nuevo sistema funciona mejor. Comparado con otros métodos más sofisticados, como el tal BTOA-MA –que usa una especie de algoritmo memético para los horarios–, el algoritmo genético, el famoso AG, e incluso la vieja y sencilla planificación manual, el modelo DRL-TO... Este modelo, ajusta con precisión y de manera muy inteligente los tiempos de salida de los autobuses; lo hace en tiempo real, y, además, se adapta a la perfección al número de pasajeros [27]

Para el presente estudio el disminuir la cantidad de kilómetros recorridos por cada vehículo sin afectar los niveles de servicio relacionados a la capacidad de los vehículos para transportar pasajeros, generos para los distintos escenarios de análisis una disminución del valor de la tarifa en un rango que oscila entre el 6,9% al 8,18%. Los procedimientos aplicados en el presente estudio contribuyen a la búsqueda de una tarifa de servicio de transporte público justa socialmente, lo que puede ser aplicado para la definición de la tarifa en las rutas de cualquier ciudad del mundo [28]

Para desarrollar la simulación fue utilizado RStudio, es una herramienta realmente efectiva para el procesamiento de datos y la generación de representaciones gráficas. Su uso facilitó la sistematización y reproducción de los resultados, así como la ejecución de operaciones complejas y el manejo de grandes volúmenes de información. Gracias a estas capacidades, fue posible realizar múltiples simulaciones y analizar los resultados con claridad y precisión, contribuyendo a la optimización de las rutas de transporte de la empresa. La optimización presentada no solo permite una planificación operativa más estructurada, sino que también favorece el uso de herramientas tecnológicas, como los softwares de optimización de rutas, que contribuyen significativamente a reducir el número de vehículos requeridos, mejorar la utilización de recursos disponibles y responder eficientemente ante eventualidades significativas [29]

Durante los cinco días acumulados, el modelo matemático alcanza una cantidad de viajes muy cerca a la programación de la empresa, esto indica un ligero incremento del 1,2% que equivale a unos 3 viajes extras. Esta pequeña diferencia indica que el modelo se alinea bien con la planificación operativa existente. Mediante el análisis de los resultados diarios, el modelo presenta posibles mejoras, por ejemplo es el segundo día, donde sugiere reducir los viajes en un 4,3%, lo que podría traducirse en menores costos y mayor eficiencia en tiempos. Si bien los cambios día a día parecen menores, su implementación continua podría generar ahorros importantes en los costos logísticos a largo plazo. Por esta razón, es clave entender los motivos detrás de estas diferencias para optimizar los procesos [30]

## Conclusión

Los resultados del estudio han revelado una mejora en la eficiencia operativa en las rutas del transporte público, al reducir los tiempos inactivos de 143 minutos a 123 minutos, lo cual demuestra una optimización en la gestión de recursos y la planificación de rutas, esta disminución en los tiempos de espera es beneficiosa para los usuarios, brindándoles una experiencia más eficaz y agradable.

En el sector del transporte público, la integración de metodologías de investigación de operaciones, como la programación lineal, permite a las empresas fomentar la mejora continua mediante la optimización de rutas, horarios y recursos, esto se interpreta en una mejor combinación de los servicios, reduciendo los tiempos de espera, optimizando la administración de vehículos y mejorando la calidad del servicio para los usuarios.

De igual manera, empleando estos sistemas matemáticos da los argumentos adecuados que justifican la búsqueda de la estrategia óptima, que favorece la eficiencia operativa y la elasticidad

económica de la actividad. La incorporación de modelos matemáticos resultó ser crucial en sus esfuerzos por mejorar cómo se planea el servicio de transporte público, para aprovechar al máximo los recursos y, lo más importante, ajustarse a los cambios en la demanda de todos. El modelado ayuda a la organización a ser más efectiva, mejora la competitividad de la empresa que brinda los servicios de transporte.

Con la implementación de un programa de capacitación diferenciado para los conductores, basado en su clasificación de desempeño (A, B, C, D, E), junto con una asignación estratégica de franjas horarias, se proyecta como una estrategia efectiva para optimizar la eficiencia operativa del sistema de transporte. Se estima que los resultados muestren una mejora en los conductores de categorías de los niveles “C, D, E”, logrando un aumento óptimo en su productividad, después de la capacitación enfocada al acercamiento de los estándares de los grupos de primer nivel. Una distribución inteligente de turnos donde las franjas horarias críticas, como las horas pico, sean asignadas a los conductores de mayor desempeño (A y B) contribuiría a reducir los retrasos operativos y a elevar la satisfacción de los usuarios, este método podría incentivar a los conductores en el crecimiento, creando así un ámbito de mejora constante, no viéndolo como un enfoque competitivo sino como colaborativo.

Dado que el estudio se llevó a cabo en un período corto, se sugiere una ejecución persistente para examinar el impacto a largo plazo. Tal estrategia podría aplicarse en diversas flotas, además de integrar tecnologías logísticas e Inteligencia Artificial, personalizando la capacitación y perfeccionando los horarios sobre la marcha, por lo tanto, la combinación segmentada con una administración de turnos dinámica no solo optimiza la eficiencia operacional al disminuir los costos y tiempos de inactividad, sino que también fomenta un avance laboral sostenible en el ámbito del transporte, al equilibrar las necesidades empresariales con el crecimiento profesional de los trabajadores, evitando o reduciendo la rotación del personal.

El modelo podría presentar dificultad al llevarse a la práctica que es el de adaptarse a escenarios reales, donde surgen obstáculos como el poco conocimiento del equipo con herramientas digitales y la dificultad para conectarse con los sistemas ya instalados. Para un estudio futuro se propone implementar programas de formación para los usuarios y crear estrategias que permitan una mejor sincronización con las plataformas digitales urbanas actuales. Esto ayudaría a que la propuesta funcione de manera más eficiente en situaciones cotidianas, donde la flexibilidad y la practicidad son esenciales.

## Referencias

[1] J. Zapata, A. Vélez, M. Arango. “Mejora del proceso de distribución en una empresa de transporte”. *Investigación Administrativa*. vol. 49, no.126, p.2-16. septiembre 2020. [En línea]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=456063405009%20>

[2] Departamento Nacional de Planeación, “Encuesta Nacional Logística,” 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.dnp.gov.co/>

[3] S. Ruiz, M. D. Arango, C. A. Serna y J. A. Zapata, “Modelo matemático para la optimización de la red de distribución de una empresa de transporte de paquetería y mensajería terrestre,” *DYNA*, vol. 87, no. 214, pp. 248–257, octubre 2020. doi.org/10.15446/dyna.v87n214.84679

[4] K. A. Abril, “Método de programación lineal para maximizar los ingresos de una empresa del sistema integrado de transporte público en la ciudad de Bogotá”, Tesis de Especialización, Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, 2019. [En línea]. Disponible en: <https://core.ac.uk/download/pdf/286064114.pdf>

- [5] H. Taha, Investigación de operaciones. México: Pearson Educación, 2012. [En línea]. Disponible en: [https://frh.cvg.utn.edu.ar/pluginfile.php/14900/mod\\_resource/content/1/Taha.pdf](https://frh.cvg.utn.edu.ar/pluginfile.php/14900/mod_resource/content/1/Taha.pdf)
- [6] E. Frazelle, Estrategia de la cadena de suministro, Nueva York: McGraw-Hill Companies, 2002.
- [7] M. A. Soto, “Estudio de tiempos muertos y evaluación de la eficiencia del proceso de moldeo convencional de plástico por medio de la eficiencia global del equipo (OEE) en la empresa Hospira Holdings Ltda”. Tesis de Pregrado, Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2006. [En línea]. Disponible en: <https://repositoriotec.tec.ac.cr/handle/2238/622>
- [8] M. L. Niño, “Modelamiento a través de la programación lineal entera mixta del problema de programación de operaciones en el taller de trabajo,” *UIS Ingenierías*, vol. 2, no. 1, pp. 9–17, mayo 2003. [En línea]. Disponible en: <https://www.studocu.com/pe/document/universidad-tecnologica-del-peru/estudio-del-trabajo-tr1/l-09-lectura/67483979>
- [9] D. L. Rodríguez y M. I. Bobrek, “Aplicación móvil apoyada en georreferenciación que permita optimizar el uso de transporte público en la ciudad de Cúcuta (STOPBUS),” *Mundo Fesc*, vol. 6, no. 11, pp. 48–55, enero 2016. [En línea]. Disponible en: <https://www.fesc.edu.co/Revistas/OJS/index.php/mundofesc/article/view/81>
- [10] L. Betancur, M. Becerra, C. Duque, D. Peluffo y K. Álvarez, “Optimización del transporte público urbano mediante algoritmos de búsqueda Tabú y PSO Medellín, Colombia,” *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologías de Información*, no. E22, pp. 69–80, 2019. [En línea]. Disponible en: <https://www.proquest.com/openview/ec8601c82489c20f58286629e316c348>
- [11] Y. Gallardo y A. Moreno, Recolección de la información. Bogotá: Arfo Editores Ltda, 1999. [En línea]. Disponible en: <https://academia.utp.edu.co/grupobasicoclinicayaplicadas/files/2013/06/3.-Recolecci%C3%B3n-de-la-Informaci%C3%B3n-APRENDER-A-INVESTIGAR-ICFES.pdf>
- [12] D. García, “Estudio de tiempos y movimientos realizado en el área de empaquetado (máquinas libra) en la empresa Alimentos Caribe S.A.S.”, Tesis de Pregrado, Universidad Abierta y a Distancia UNAD, Cundinamarca, 2018. [En línea]. Disponible en: <https://repository.unad.edu.co/jspui/bitstream/10596/25452/1/dcespedesg.pdf>
- [13] L. Abero, L. Berardi, A. Capocasale, S. Garcia y R. Rojas, Investigación Educativa, Abriendo puertas al conocimiento. Uruguay: Camus Ediciones, 2015. [En línea]. Disponible en: <https://repositorio.cfe.edu.uy/handle/123456789/499>
- [14] M. Reyes y J. Romero, Investigación de operaciones I. México: UAM Azcapotzalco, 1992. [En línea]. Disponible en: <https://zaloamati.azc.uam.mx/server/api/core/bitstreams/5accfa72-b774-4cc2-a0dd-e5a63b4bbb1a/content>
- [15] C. Guédez, “Programación lineal e Ingeniería Industrial: una aproximación al estado del arte,” *Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias*, vol. 2, no. 6, pp. 61–78, junio 2011. [En línea]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=215021914005>

- [16] D. F. Escobar, J. A. Garcés y J. H. Restrepo, “Aplicación de la programación lineal entera binaria para resolver el problema simple de balanceo de línea de ensamble: un caso de estudio,” *Scientia et Technica*, vol. 17, no. 50, pp. 85–90, abril 2012. [En línea]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84923878013>
- [17] F. Hillier y G. Lieberman, *Introducción a la investigación de operaciones*. México: McGraw-Hill, 2002. [En línea]. Disponible en: <https://drive.google.com/file/d/0B9eK8K2tCH-CY2tZRIVWEtMTU0/view?resourcekey=0-Y2VSI8G-YsrcnYqfvXRb0g>
- [18] M. Tamayo y Tamayo, *La investigación*. Bogotá: Arfo Editores Ltda, 1999. [En línea]. Disponible en: <https://drive.google.com/file/d/0B5o0Uv9875p4QnV3dG5EQWZjYkU/view?resourcekey=0-WYcA9Obcv6aiF2nejSTIRA>
- [19] J. Córdova, *Investigación de operaciones*. México: Redes del Tercer Milenio, 2012. [En línea]. Disponible en: [https://www.academia.edu/37365574/Investigacion\\_de\\_Operaciones\\_Joaqu%C3%ADn\\_C%C3%B3rdova\\_pdf](https://www.academia.edu/37365574/Investigacion_de_Operaciones_Joaqu%C3%ADn_C%C3%B3rdova_pdf)
- [20] E. Bermeo y J. H. Calderón, “Diseño de un modelo de optimización de rutas de transporte,” *El Hombre y la Máquina*, no. 32, pp. 52–67, junio 2009. [En línea]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=47811604005>
- [21] D. Sánchez y E. Gutiérrez, “Aplicación de la p-mediana y ruteo de vehículos para la reducción de distancias en una empresa de servicio postal,” *Información Tecnológica*, vol. 33, no. 1, pp. 121–130, febrero 2022. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642022000100121>
- [22] J. P. Reyes, D. S. Salazar, C. M. Mayorga, M. E. Ruiz y M. S. Barahona, “Análisis basado en optimización de externalidades negativas del servicio de transporte público urbano: Un caso de estudio,” *INGE CUC*, vol. 17, no. 2, pp. 1–11, diciembre 2021. [En línea]. Disponible en: <https://repositorio.cuc.edu.co/entities/publication/6198768c-1a2f-4491-9392-2c5abf26b498>
- [23] M. C. Barón, “Modelo para la optimización de transporte de transformadores de distribución para los distribuidores de Colombia”, Tesis de Maestría, Universidad de La Sabana, Cundinamarca, 2018.
- [24] Lasić, T. Rožić, y R. Stanković, “Optimization of transport network using mathematical methods,” *Transportation Research Procedia*, vol 73, pp. 5-16, 2023. [Online]. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352146523011845#section-cited-by>
- [25] J. Hernández, L. Tarazona, A. Tabares y D. Martínez “Optimization of Bus Dispatching in Public Transportation Through a Heuristic Approach Based on Passenger Demand Forecasting” *Smart Cities*, vol. 8, no. 3, pp. 87, mayo, 2025. <https://doi.org/10.3390/smartcities8030087>
- [26] K. Gkiotsalitis y T. Liu. “Periodic Optimization of Bus Dispatching Times and Vehicle Schedules Considering the COVID-19 Capacity Limits: A Dutch Case Study” *Transportation Research Record*, vol. 2677, no. 4, pp. 765-777.2023. <https://doi.org/10.1177/03611981221114119>
- [27] A. Guanquin, Z. Xingquan, G. Chen y W. Binglin. “Deep Reinforcement Learning based Dynamic Optimization of Bus Timetable” *Arxiv*, julio,2021. <https://doi.org/10.48550/>

arXiv.2107.07066

[28] W. Jaramillo y L. Galarza “TRANSPORTE PÚBLICO URBANO. Optimización de la operación aplicando el software ITP”: Ecuador: Sello Editorial, 2020. [En línea]. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/340536363\\_TRANSPORTE\\_PUBLICO\\_URBANO\\_Optimizacion\\_de\\_la\\_operacion\\_aplicando\\_el\\_software\\_ITP](https://www.researchgate.net/publication/340536363_TRANSPORTE_PUBLICO_URBANO_Optimizacion_de_la_operacion_aplicando_el_software_ITP)

[29] K. Terrero, R. Sarmiento, A. Camacho, H. Rivera, A. Cruz, G. Hernández y G. Guzmán. “Programación lineal aplicada a la optimización de rutas de transporte en SXR-POLYMERS” *Interconectando Saberes*, diciembre, 2024. <https://doi.org/10.25009/is.v0i18.2889>

[30] A. Tascon, “Programación de Recolección y Transporte en la Cadena de Suministros de Pollos de Engorde Mediante Modelación Matemática”, Tesis de Maestría, Universidad del Valle, Santiago de Cali, 2024.