

Didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en la educación media

Didactics for the development of geometric-metric thinking in secondary education

Recibido: 24 de mayo de 2024

Aprobado: 11 de agosto 2024

Forma de citar: L. X. Cortes Velásquez, L. Badillo Duran, J. G. Calderón Acosta, and J. E. Espinel Blanco, "Didáctica Para El Desarrollo Del Pensamiento Geométrico – Métrico En La Educación Media", *Mundo Fesc*, vol. 14, no. 30, 2024, doi: 10.61799/2216-0388.1724.

Leidy Ximena Cortes Velásquez



Magister en Educación Matemáticas, Docente Auxiliar de la Universidad Popular del Cesar (Colombia), Correo electrónico: lxortes@unicesar.edu.co, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5005-3042>.

Lizeth Badillo Duran



Magister Tecnologías Digitales Aplicadas a la Educación, Docente Asistente de la Universidad Popular del Cesar (Colombia). Docente Investigador del Grupo de Investigación GIDEATIC. Correo electrónico: lizethbadillo@unicesar.edu.co, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0004-2169-8556>

Juan Guillermo Calderón Acosta



Especialista en revisoría fiscal y auditoría externa, Docente Asistente de la Universidad Popular del Cesar (Colombia), Correo electrónico: juancalderonacosta@unicesar.edu.co, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0009-9921-3455>

Jesús Eduardo Espinel Blanco



Magister en Gobierno TI, Docente Auxiliar de la Universidad Popular del Cesar (Colombia), Correo electrónico: jeespinel@unicesar.edu.co, ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0006-2874-0969>

*Autor para correspondencia:
lxortes@unicesar.edu.co



Didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en la educación media

Resumen

La integración de GeoGebra como herramienta educativa transforma la enseñanza de geometría y métrica, ofreciendo un entorno dinámico que fusiona elementos geométricos y algebraicos para visualizar y manipular conceptos matemáticos. En este marco, este estudio se dedica a potenciar la didáctica, impulsando el desarrollo del pensamiento geométrico-métrico en estudiantes de 10° y 11° de la Institución Educativa Terraplén, en San Martín, César, promoviendo un aprendizaje profundo y relevante. La investigación adopta un enfoque cuantitativo, descriptivo y exploratorio, recopilando datos mediante encuestas, observación directa y análisis documental. Inicialmente, un diagnóstico evaluó el nivel de conocimiento de 24 estudiantes, identificando sus dificultades. Con una estrategia didáctica basada en el RED GeoGebra, se consolidó una formación robusta en geometría y métrica, despertando interés y valoración por las matemáticas, y posicionando a los estudiantes como agentes activos de su aprendizaje. La evaluación final demostró que la implementación fomentó un aprendizaje motivador y significativo, elevando el rendimiento académico y estimulando la exploración continua de las matemáticas en los ámbitos académico y personal.

Palabras clave: Didáctica, desarrollo del pensamiento geométrico métrico, estrategias, aprendizaje significativo, GeoGebra.

Didactics for the development of geometric-metric thinking in secondary education

Abstract

The integration of GeoGebra as an educational tool transforms the teaching of geometry and metrics, offering a dynamic environment that merges geometric and algebraic elements to visualize and manipulate mathematical concepts. Within this framework, a study is dedicated to enhancing teaching, fostering the development of geometric and metric thinking in 10th and 11th grade students at the Terraplén Educational Institution in San Martín, César, promoting deep and relevant learning. The research adopts a quantitative, descriptive, and exploratory approach, collecting data through surveys, direct observation, and documentary analysis. Initially, a diagnostic assessment evaluated the knowledge level of 24 students, identifying their difficulties. With a teaching strategy based on the GeoGebra RED (GeoGebra Network), a robust training in geometry and metrics was consolidated, awakening interest and appreciation for mathematics, and positioning students as active agents of their learning. The final evaluation demonstrated that the implementation fostered engaging and meaningful learning, improving academic achievement, and encouraging continued exploration of mathematics in both academic and personal settings.

Keywords: Didactics, development of geometrical-metric thinking, strategies, meaningful learning, GeoGebra.

Introducción

La formación del pensamiento geométrico-métrico es una de las habilidades fundamentales en la secuencia de aprendizaje de la matemática, lo que en los estudiantes de los grados 10° y 11° de la Institución Educativa (I.E.) Terraplén del municipio de San Martín, Cesar, les hizo comprender y utilizar conceptos geométricos en escenarios reales y con materiales reciclados; que en la mayoría de las ocasiones, la enseñanza tradicional de la geometría se hace abstracta y poco motivadora para los estudiantes y se restringe a sus capacidades para aprender y disfrutar de la geometría.

De esta manera la geometría y la métrica son componentes fundamentales del proceso de formación del pensamiento matemático y son elementos clave en el aprendizaje cognitivo de los estudiantes [1]. A tal punto, que la convencional enseñanza de estas disciplinas a menudo se limita a la presentación de definición y ejercicio memorístico, lo que puede le restar interés y significado al aprendizaje de los estudiantes.

Ante este problema, la investigación busca idear una estrategia sobre el fortalecimiento de la didáctica de la geometría y la métrica en los estudiantes del grado décimo y undécimo. Dicha estrategia se soportó en la integración del RED GeoGebra, considerado como una herramienta interactiva que les permite a los estudiantes explorar conceptos geométricos y algebraicos de una forma visual y manipulativa [2] [3].

En este contexto, es oportuno establecer que la didáctica es una disciplina teórica cuya labor se constituye en la investigación sobre la acción pedagógica en general y sobre los fenómenos docentes en particular, y su tarea específica es describir, explicar, fundamentar y enunciar normas para mejor resolver los problemas que presenta esa forma de trabajo a los maestros.

En consecuencia, la didáctica es una disciplina que se caracteriza por la adopción de varios posicionamientos respecto a los asuntos desafiantes centrales de la educación. En ella, la disciplina intenta efectuar abordajes a dichos asuntos a través de la planificación e implementación de trabajo educativo, con escala y aplicabilidad en varios niveles de metas, acciones y reflexiones sobre el currículo estratégico, programación educativa, planes de enseñanza, construcción de ámbitos de enseñanza, creación de instrumentos de docencia, inclusión de condiciones tecnológicas, y evaluación general del trabajo del aprendiz, el trabajo educativo y el trabajo institucional [4].

Es por ello, que la didáctica, es concebida como un arte sublime, que impulsa mediante múltiples recursos el despliegue de las mejores cualidades del educador. Al igual que toda expresión artística, fomenta la “creación”, en este caso, de instrumentos diversos para potenciar los aprendizajes, anclándose siempre en “las realidades humana y social del estudiante [5]. En consecuencia, al identificar las necesidades de sus discípulos,

diseña herramientas pedagógicas que propician su desarrollo [6]. Razón por la cual, el aprendizaje desarrollador es una forma de asegurar que los estudiantes utilicen activamente la cultura la cual, está estrechamente relacionada con los procesos necesarios de socialización, compromiso y responsabilidad, pero, además impulsa el desarrollo de la superación continua, la autonomía y la autodeterminación. Así mismo, promueve la motivación, la automotivación, la influencia y mejora el comportamiento y las emociones de los estudiantes en el entorno social.

La integración de las tecnologías de la información y comunicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje implica una gama de innovadoras opciones que buscan la excelencia. En este sentido, el uso de herramientas tecnológicas en la enseñanza de la matemática ha permitido la comprensión de conceptos, al promover en el estudiante la utilización de estos recursos tecnológicos para el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas, contribuye en la planeación de clases dinámicas, participativas, creativas y cooperativas [7]. De igual manera, el método y los recursos instruccionales elegidos deben cumplir con altos estándares de selección [8]. Para los materiales y enfoques didácticos que se utilizan con las tecnologías de la información y la comunicación, existe la noción errónea de la estrategia y la técnica, así como de la enseñanza y el aprendizaje, por lo que se hace impostergable introducir cambios que permitan al docente y alumno asumir nuevos roles dentro del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, desarrollar estrategias tanto de enseñanza como de aprendizaje que se correspondan con el carácter activo y práctico de la Matemáticas y con la forma constructiva, creadora y significativa que tiene el hombre de aprender [9]. Los docentes, por ende, se ven en la necesidad de acercarse a las competencias y habilidades relacionadas con las tecnologías de la información y la comunicación, lo que les permitirá adoptar y adaptar su mejor uso en el aula para alcanzar un excelente rendimiento académico[10].

En este orden ideas, se puede establecer que la geometría se constituye como un campo intelectual que habilita para enfrentar múltiples desafíos y descifrar un entorno lleno de configuraciones, ya sean naturales o artificiales[11]. Asimismo, es una disciplina troncal en la formación de cualquier profesional, dada su aplicación en diversas zonas y áreas de intersección de múltiples saberes y por su capacidad para potenciar el pensamiento lógico [12]. Por este aspecto, destaca su especial importancia en el razonamiento abstracto para la generación de modelos y representaciones de la realidad, lo cual es fundamental en la actualidad [13]. Ello dado que el uso de ordenadores y simulaciones basadas en figuras geométricas y del empleo de herramientas digitales e inmersiones en informática, enriquecen los abordajes para la enseñanza de este campo.

Más aún, cuando los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, son lineamientos que describen los aprendizajes esperados en esta área para cada grado escolar, porque incluye contenidos de geometría y mediciones, lo que es relevante para el desarrollo del pensamiento geométrico-métrico[14]. Así mismo, los lineamientos Curriculares para la Educación en Matemáticas proporcionan orientaciones y recomendaciones para la enseñanza de estas en el sistema

educativo, porque incluyen aspectos relacionados con la enseñanza de la geometría y la resolución de problemas [15].

Materiales y métodos

Para cumplir el propósito de la investigación, centrado en desarrollar una estrategia que potencie la enseñanza de la geometría y la métrica en alumnos de décimo y undécimo grado, se adoptó por un enfoque cuantitativo, ya que este método emplea la obtención de información para validar supuestos mediante la cuantificación numérica, con un carácter descriptivo, que únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o variables a las que se refieren [16] facilita la recopilación de datos significativos, permitiendo interpretar la realidad a partir de los elementos que la constituyen y, consecuentemente, proponer soluciones al desafío planteado [17].

Por consiguiente, el enfoque investigativo del proyecto “La didáctica para el fortalecimiento del razonamiento geométrico-métrico en la educación media” adopta un diseño cuasi experimental. Este se caracteriza por incluir una intervención, una variable de respuesta y una hipótesis a verificar, sin emplear asignación aleatoria de participantes a grupos experimental y control, ni necesariamente contar con un grupo de control [17].

La población estudiada abarca la totalidad de los alumnos de décimo y undécimo grado de la Institución Educativa Terraplén, ubicada en San Martín, Cesar, sumando cincuenta y cuatro (54) estudiantes registrados académicamente. De estos, se seleccionó una muestra de veinticuatro (24) estudiantes de los mismos grados, basándose en dos criterios: el primero, su participación en la asignatura de geometría; el segundo, su bajo desempeño académico en dicha materia.

Así mismo, se realizó una encuesta que comprendió nueve (9) preguntas cerradas con opciones de respuestas a manera de pretest y post test para ser aplicada a la muestra poblacional de los grados 10° y 11°. Y finalmente, la observación directa que a través de una rejilla se logró observar y recoger datos específicos a cada uno de los procesos llevados a cabo por los docentes de la asignatura de geometría en los grados 10° y 11° en el aula de clase. Por otra parte, es preciso resaltar que, para fortalecer la didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en los estudiantes, se plantean dos tipos de variables: la dependiente e independiente, las cuales establecen la descripción del problema, identificando dimensiones e indicadores y los instrumentos a utilizar como se evidencia en la Figura 1.

Categorías de análisis	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos
Variable dependiente: Fortalecimiento de la didáctica	Disciplinar	- Competencias - Afirmaciones - Evidencias	Revisión de literatura y observación directa
	Pedagógico	- Desarrollo de pensamiento - Habilidades de los estudiantes - Contenidos Curriculares	
	Evaluativo	- Medir la realidad - Valorar diferentes elementos - Tomar decisiones	
Variable independiente: El desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en los estudiantes de los grados 10° y 11° de la Institución	Conocimiento	- Pensamiento geométrico-métrico - Herramientas o recursos - Frecuencias de uso - Proceso enseñanza-aprendizaje	Encuesta, Observación directa y revisión de literatura
	Actitudinal	- Técnicas metodológicas - Disposición para realizar actividades que incorporen contenidos con herramientas digitales	
	Habilidades	- Cognitivas - Comunicativas - Pensamiento creativo y crítico	

Figura 1. Sistematización de variables de análisis

De ahí, que los resultados se organizaron en cuatro fases, de manera que se le diera cumplimiento a cada uno de los objetivos específicos: a) Diagnostico del nivel de conocimiento de desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en los estudiantes de grado 10° y 11°; b) diseño de una estrategia que permita el fortalecimiento de la didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en los estudiantes de los grados 10° y 11°; c) implementación de la estrategia diseñada; y d) evaluación de la estrategia implementada.

Resultados y Discusión

Fase I: Saberes previos

Los saberes previos, se midieron mediante el diagnóstico del nivel de conocimiento de desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en los veinticuatro (24) estudiantes de los grados 10° y 11° de la I.E. Terraplén de San Martín, Cesar.

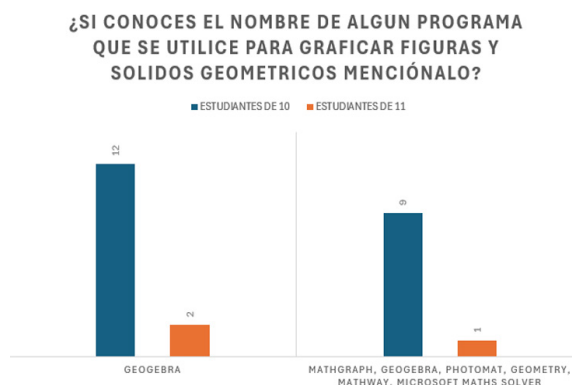


Figura 2. Saberes previos – Pretest

Como se observa en la Figura 1, estudiantes equivalentes al 87,5%, tienen conocimientos del programa GeoGebra para graficar figuras y sólidos geométricos, el 12,5% conocen otros programas para trabajar estas figuras. De esta manera, se aprecia que todos tienen algún conocimiento sobre alguna aplicación para realizar cualquier componente geométrico, favoreciendo la calidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje [18].

¿HAS UTILIZADO EL PROGRAMA GEOGEBRA, MENCIONA COMO LO EMPLEAS?

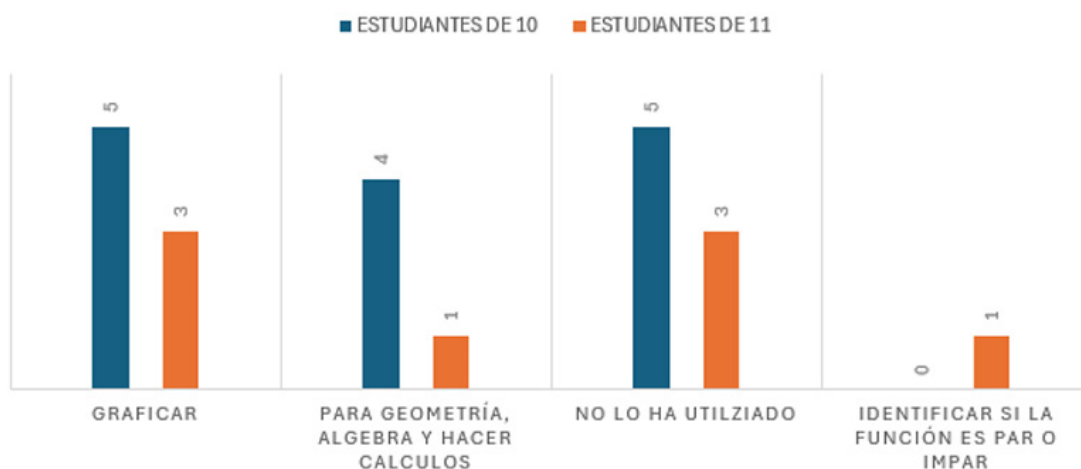


Figura 3. Uso de los recursos - Pretest

De esta manera, se observa que 8 estudiantes equivalente al 33,3% hacen referencia que el programa GeoGebra solo se utiliza para graficar, 5 estudiantes equivalentes al 20,9% lo relacionan con las áreas de geometría, álgebra y realizar cálculos, 3 estudiantes equivalente al 12,5% lo utilizan para identificar funciones y 8 estudiantes equivalentes al 33,3% no lo han utilizado.

¿QUE ES UN SOLIDO O CUERPO GEOMETRICO?

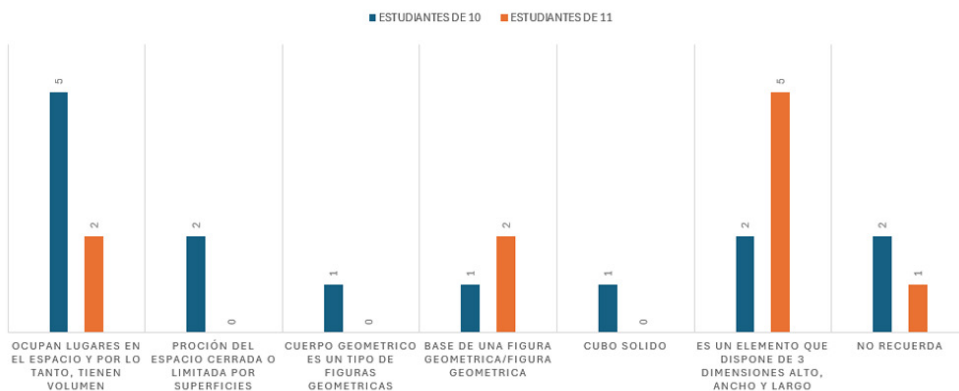


Figura 4. Saberes previos - Pretest

En la gráfica, se observa que, de acuerdo con las respuestas dadas, 14 estudiantes equivalentes al 58,3% tienen conocimiento acerca de que es un sólido o cuerpo geométrico que ocupa un lugar en el espacio, tiene volumen, es una figura en tres dimensiones, y 10 estudiantes equivalentes al 41,7% no tienen totalmente el conocimiento acerca de que es un sólido geométrico. Las respuestas permiten concluir, que los diez alumnos que no tienen ningún conocimiento acerca de lo que significa un sólido o cuerpo geométrico, se les debe reforzar dichos conceptos, ya que son los dos componentes básicos de cualquier figura geométrica, porque son necesarios para el razonamiento abstracto en la construcción de modelos de la realidad, siendo además la base del proceso enseñanza y aprendizaje de la geometría [19].

Fase II: Diseño y Fase III: Implementación

Esta fase, corresponde al diseño de la estrategia didáctica inicialmente de manera general como se expone en la Tabla 1, elaborada con base en argumentos de Palmera et al. [20], el cual manifiesta que para dicho diseño se requiere de una estructura bien planificada que debe contener tres momentos primordiales: inicio, desarrollo y cierre donde finalmente se evalúe el aprendizaje.

Tabla 1. Diseño de la estrategia didáctica

Título de la estrategia	“Modulando con GeoGebra, aprendo el desarrollo del componente geométrico-métrico”
Institución educativa	Colegio Terraplén, del municipio de San Martín, Cesar
Área/Asignatura	Geometría
Grados	10° y 11°
Objetivo general	Fortalecer la didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en los estudiantes de los grados 10° y 11° de la Institución Educativa Terraplén del municipio de San Martín, César.
Justificación de la propuesta	Porque GeoGebra ofrece numerosos beneficios, desde un aprendizaje activo y significativo hasta la preparación para carreras STEM y el desarrollo de habilidades tecnológicas. Esta herramienta brinda una oportunidad valiosa para enriquecer la enseñanza de las matemáticas y fomentar el interés y la comprensión de la geometría en los estudiantes.
Derechos básicos de aprendizaje (DBA)	4to DBA para el grado 10°: Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones [12]. 6to DBA para el grado 11°: Modela objetos geométricos en diversos sistemas de coordenadas (cartesiano, polar, esférico) y realiza comparaciones y toma decisiones con respecto a los modelos [12].

Tabla II. Contenido de la estrategia

Temas				
		Nombre	Semana	% de evaluación
Contenido temático	0	Introducción al concepto del recurso educativo digital (RED) GeoGebra	1	N/A
	1	Explora, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones.	2	40%
	2	Compara objetos geométricos, a partir de puntos de referencia diferentes.	2	40%
	3	Modela figuras en materiales reciclables diferentes.	1	20%
Espacios de comunicación general		Sala de Cómputo con proyección del video Beam, y en casos necesarios con grupo de WhatsApp con los celulares de los padres de familia.		
Duración de la propuesta		Cinco semanas. Cuatro horas en la primera semana (dos horas por clase), y cuatro clases cada una de dos horas semanales.		

En la Tabla II, se describe el diseño del contenido temático 0 llamado: Introducción al concepto de GeoGebra, tomando como base los resultados arrojados en el pre test, iniciando por explicar el RED GeoGebra a los estudiantes de los grados 10° y 11°, cuya estructura presenta la sección de: inicio, desarrollo y cierre, logrando introducir este aprendizaje en los procesos formativos teniendo en cuenta los DBA, para ofrecerle a los estudiantes la oportunidad de comprender mejor los conocimientos, de manera cronológica, haciendo transversalidad con otras disciplinas del saber, pero sobre todo apoyados en las TIC para conocer la relación entre los enfoques de aprendizaje de una manera más fácil y flexible [21].

Fase IV: Evaluación

En esta fase, se evaluó la estrategia implementada para el fortalecimiento de la didáctica en el desarrollo del pensamiento geométrico – métrico, apoyada en el recurso tecnológico como se observa en la Figura 4 en los estudiantes de los grados 10° y 11° de la I.E. Terraplén del municipio de San Martín, César. Para ello, se aplicó el mismo cuestionario configurado con la técnica del post test a los 24 estudiantes participantes luego de implementada dicha estrategia.



Figura 5. Apoyo tecnológico

Continuando con el diseño de la estrategia en la Tabla III, se muestra la evidencia de los resultados obtenidos al utilizar la plataforma: Exploración de situación o fenómenos y relaciones o comportamientos a través de diferentes representaciones, en la cual se procedió enseñarles directamente desde el RED GeoGebra un punto ecológico a través de figuras geométricas, como apoyo al fortalecimiento de estos conceptos; con el apoyo de las TIC primero se dan descripciones y posteriormente las directrices que tanto motiva a los estudiantes para que finalmente adquieran una formación integral [22].

Tabla III. Modelación y comparación de objetos geométricos

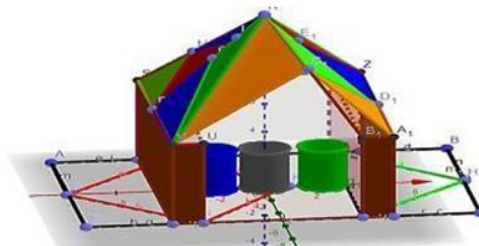
Modelación y comparación de objetos geométricos por medio de Geogebra	
Competencias:	
1.	Comparar objetos geométricos a partir de diferentes puntos de referencia en el RED GeoGebra.
2.	Modelar figuras geométricas a partir de material reciclable con diseños ya hechos en GeoGebra.

Comparación de diferentes objetos geométricos GeoGebra



Evidencia de la implementación

Construcción inicial de maqueta en el RED GeoGebra



En esta fase, se evaluó la estrategia implementada para el fortalecimiento de la didáctica en el desarrollo del pensamiento geométrico – métrico en los estudiantes de los grados 10° y 11° de la I.E. Terraplén del municipio de San Martín, César. Para ello, se aplicó el mismo cuestionario configurado con la técnica del post test a los 24 estudiantes participantes luego de implementada dicha estrategia, cuyos resultados se describen en la Figura 5.

¿DE LOS SIGUIENTES PROGRAMAS CUÁL CREE QUE SE UTILIZA PARA TRABAJAR EN MATEMÁTICAS Y GEOMETRÍA?

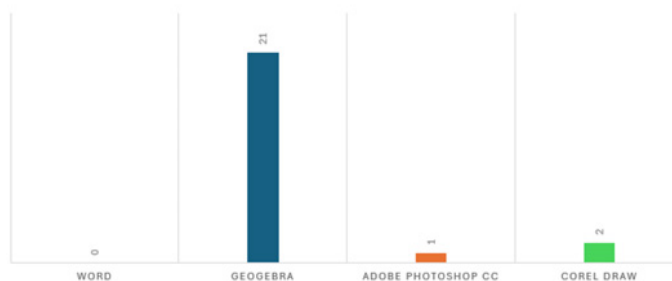


Figura 6. Respuesta del post Test

En la figura, se observa que los estudiantes se familiarizaron con el RED GeoGebra, logrando con ello, que se integrara este programa en el proceso formativo de los educandos. De esta manera, se confirma lo mencionado por Ruiz [23] cuando dice que el aprendizaje cuando se apoya en el uso de las TIC, se logra potenciar el razonamiento lógico de manera más fácil.



Figura 7. Conocimiento Post Test

Se observa de forma clara que, en los datos obtenidos de las respuestas, los estudiantes identifican los sólidos geométricos luego del proceso de implementación en un porcentaje mayor que en los resultados del pretest, porque a partir de su aplicación, como dice Santos [24], se fortalece la comprensión del espacio, el desarrollo del pensamiento visual, el análisis de manera abstracta figuras y formas tanto en el plano como en el espacio mediante la identificación de patrones y regularidades. Por lo tanto, facilita el razonamiento geométrico y la resolución de problemas relacionados con la detección [25].

Conclusiones

El estudio de la didáctica del pensamiento geométrico-métrico en la educación media es esencial para transfigurar las tradicionales prácticas pedagógicas en enfoques más contextualizados y relevantes. Saber cómo los estudiantes construyen este género de pensamiento ayuda a planificar estrategias más eficaces que no solo reafirman sus destrezas espaciales y de medición, sino que también facilitan una comprensión fuerte del uso de la geometría como recurso de interpretación del mundo.

El uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) en el aprendizaje de la geometría se levanta como una de las soluciones potenciales para modernizar las

clases, para hacerlas más interactivas y compatibles con los intereses contemporáneos de los alumnos. Esta investigación soporta que el uso de las TIC no sólo potencia la representación gráfica y manipulación de conceptos geométricos abstractos, sino también estimulan el autónomo, la búsqueda y la motivación, factores determinantes para realizar aprendizajes a largo plazo significativos.

Disponer de estrategias docentes basadas en el aprendizaje a través del problema es un determinante aportante al desarrollo del pensamiento geométrico-métrico, ya que sitúa al alumno en el papel de actor activo de su propio proceso de aprendizaje. La metodología, al ser integrada con la ayuda de las TIC, sirve para llegar a enfrentar verdaderos o simulados desafíos que requieren el empleo de nociones geométricas en contextos variados, permitiendo una formación más reflexiva y crítica y enfocada en la resolución de situaciones del mundo real.

Referencias

- [1] J. A. Albornoz-Acosta, J. G. Maldonado-Cid, C. L. Vidal-Silva y E. Madariaga , "Impacto y recomendaciones de clase invertida en el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría", *Formación Universitaria*, vol. 13, n° 3, pp. 3-10, 2020. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062020000300003>
- [2] K. A. Almeyda Hernández, "Desarrollo del pensamiento geométrico de los polígonos a través de la artesanía: Una estrategia pedagógica para estudiantes de sexto grado de Etnia makaguan", tesis maestría, Universidad Francisco de Paula Santander, Colombia, 2024. <https://repositorio.ufps.edu.co/bitstream/handle/ufps/9473/TG2390200.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [3] A. Aroca-Araújo, "La historia legislativa y curricular del curso de Geometría Analítica de la educación media de Colombia", *Encuentros*, vol. 22, num 01, pp. 144-163, 2024. <http://ojs.uac.edu.co/index.php/encuentros/article/view/2779>
- [4] H. A. Bello Medina y L. M. Cuello Hernández, "Estrategia didáctica para el fortalecimiento del componente espacial - Métrico en la competencia de Interpretación para estudiantes del Grupo 11-A de la Institución Educativa Fernando Vélez", tesis grado, Universidad Cooperativa de Colombia, Colombia, 2024. <https://repository.ucc.edu.co/entities/publication/03b0ed50-0af7-4212-a68d-14b14a52aad1>
- [5] I. J. Bermúdez Torres, "Propuesta pedagógica y didáctica para abordar algunos contenidos en los componentes métrico y espacial en el área de Matemáticas en la Educación por ciclos (Ciclo Ili)", tesis grado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Colombia, 2024. <https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/61663/ibermudezt.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [6] G. Carazo Ortiz y K. Quintana Barrios, Fortalecimiento del aprendizaje del

Pensamiento espacial y geométrico mediante Arloopa, Geogebra, Khan Academy, Realidad Aumentada y Metodología de Aula invertida a través de Google Classroom para Estudiantes de Noveno Grado en la Institución Educativa Bertha Gedeón De Baladí, tesis grado, Universidad de Cartagena, Colombia, 2025. <https://repositorio.unicartagena.edu.co/server/api/core/bitstreams/4981ac4c-6095-491c-b4d6-2c48144fff65/content>

- [7] J. A. Zamora-Araya, J. Ramírez-Jiménez, y F. Delgado-Navarro, "Uso de herramientas tecnológicas y su impacto en el rendimiento en el curso de Cálculo II de la Universidad Nacional", *Eco Matemático*, 11 (1), 20-30, 2020.
- [8] D. A. Valencia Orozco, "Estrategia mediada por TIC para el Aprendizaje conceptual y práctico de la curva Cónica de la Elipse", tesis maestría, Fundación Universitaria Los Libertadores, Colombia, 2025. <https://repository.libertadores.edu.co/server/api/core/bitstreams/2c8058a8-d4e8-4bc8-bd7a-8a5750e233bc/content>
- [9] V. Meriño, Y. Chirinos, C. Martinez y C. Perez, "Efecto de la Estrategia Instruccional Resolución de Problemas desde una Perspectiva Heurística en el Rendimiento Académico de Cálculo II", *Revista espacios* Vol. 39 (Nº 15) Año 2018. Pág. 11. <https://www.revistaespacios.com/a18v39n15/a18v39n15p11.pdf>
- [10] F. Y. Gutiérrez Castro, "Desarrollo del pensamiento geométrico en niños de tercero primaria utilizando el modelo de Van Hiele para resolver problemas", tesis maestría, Universidad de Manizales, Colombia, 2024. <https://ridum.umanizales.edu.co/server/api/core/bitstreams/bba7f95f-e994-4438-8b1b-d71e9cb70361/content>
- [11] N. Londoño Bernal y D. M. Marín García, "Desarrollo de un recurso educativo digital apoyado en el aprendizaje basado en problemas para el fortalecimiento del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de segundo grado de la Institución Educativa Técnico Industrial Simona Duque de Marinilla", tesis grado, Universidad de Cartagena, Colombia, 2025. <https://hdl.handle.net/11227/19495>
- [12] C. A. Mejía-Rodríguez, L. M. Palmera-Quintero, M. A. Rincón-Pinzón y L. M. Arévalo-Vergel, «Moodle como herramienta e-learning en la educación superior: caso preguntas calculadas para estadística,» *Mundo FESC*, vol. 12, nº S2, pp. 72-81, 2022.
- [13] D. A. Melenje Lasso, «Potenciando el pensamiento geométrico a través del fortalecimiento de la competencia argumentativa en una Colegio de la Ciudad de Bogotá D.C», tesis grado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Colombia, 2025. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/67953>
- [14] Ministerio de Educación Nacional, «Estándares Básicos de Competencias en

Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas,» Ministerio de Educación Nacional, 2006. [En línea]. Available: <https://acortar.link/yRYb2R>

- [15] Ministerio de Educación Nacional, «Serie de lineamientos curriculares,» Ministerio de Educación Nacional, 1998. [En línea]. Available: <https://acortar.link/CqpCjl>.
- [16] Nieves, M., Bracho, O. y Acurero, T. (2024). Gestión del talento humano como factor clave para el emprendimiento sostenible, *Revista Temario Científico*, 4 (2). 2024. DOI: <https://doi.org/10.47212/rtcAlinin.2.224.7>
- [17] R. Hernández, C. Fernández y L. Baptista, Metodología de la Investigación, 6a Ed. Mc Graw Hill, 2014.
- [18] O. A. Muñoz Valencia, A. Rodríguez Barreto y J. C. Pastrana Muñoz, "Desarrollo del pensamiento geométrico mediante "matific" en estudiantes de grado quinto", *Panorama*, vol. 18, n° 35, pp. 1-12, 2024. DOI: <https://doi.org/10.15765/gz5khc10>
- [19] J. C. Niño Guauque y S. Y. Ariza Rodríguez, «Fortalecimiento del pensamiento espacial y sistemas geométricos a través de la implementación de unidades didácticas apoyadas en la aplicación Geogebra 3D realidad aumentada en los niños y niñas de grado quinto de la Institución Educativa Caño Bonito, tesis grado, Universidad de Cartagena, Colombia, 2024. <https://repositorio.unicartagena.edu.co/entities/publication/2f0abbd0-6fda-4fb9-b84e-774edac155f8>
- [20] L. M. Palmera Quintero, L. A. Muñoz Morales, D. F. Guerrero Sumalave y Y. Holguín Uribe, «Objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza: instrumento de apoyo para la inclusión de la informática en niños con discapacidad,» *Mundo FESC*, vol. 13, n° 27, pp. 38-49, 2023.
- [21] L. Porras Toro, «Implementación de una secuencia didáctica mediada por realidad aumentada para el desarrollo del pensamiento espacial a través del estudio de poliedros regulares con estudiantes de grado octavo del Colegio República Federal de Alemania IED, tesis maestría, Universidad Cooperativa de Colombia, Colombia, 2024. <https://repository.ucc.edu.co/entities/publication/ee2d8564-084e-47df-9162-d418cf57f823>
- [22] M. Ruiz Cumapa, "Efectividad de una estrategia didáctica basado en el pensamiento geométrico según Van Hiele en la mejora del aprendizaje de la derivada en estudiantes de universidad privada de Lima, 2024", tesis doctoral, Universidad Nacional de Educación, Perú, 2025. <https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/11682>
- [23] R. Santos Nossa, "Las artes plásticas como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico en la educación básica secundaria", tesis maestría,

Universidad Francisco de Paula Santander, Colombia, 2024. <https://repositorio.ufps.edu.co/handle/ufps/9471>

- [24] A. Sánchez Guerrero, "Diseño y aplicación de estrategias didácticas para el aprendizaje del conocimiento geométrico en contextos similares a los planteados en la Prueba Saber 11", tesis grado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Colombia, 2024. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/64417>
- [25] A. L. Trujillo Estrada y J. A. Moreno Burgos, "Desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos, a través de una secuencia didáctica apoyada en el modelo de Van Hiele utilizando la herramienta digital GeoGebra 2D para los estudiantes del grado noveno de la Institución educativa de Mercadotec", tesis maestría, Universidad de Cartagena, pp. 1-120, 2024. <https://repositorio.unicartagena.edu.co/server/api/core/bitstreams/87f87166-16b9-4577-a751-d34e57bc6bf1/content> ia, 2025. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/67953>