

## Procesos estocásticos aplicados en análisis de datos de degradación-revisión de literatura

*Stochastic processes applied in degradation data analysis-literature review*

<sup>a</sup>Andrea Viridiana Quezada del Villara, <sup>b</sup>Luis Alberto Rodríguez Picón,  
<sup>c</sup>Iván Juan Carlos Pérez Olguín <sup>d</sup>Iván Rodríguez Borbón

<sup>a</sup>Ingeniero Industrial y de Sistemas, al171779@alumnos.uacj.mx, orcid: 0000-0001-8513-9527,  
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Ciudad Juárez, Chihuahua, México

<sup>b</sup>Doctorado en Ciencias en Ingeniería, luis.picon@uacj.mx, orcid: 0000-0003-2951-2344,  
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Ciudad Juárez, Chihuahua, México

<sup>c</sup>Doctorado en Ciencias en Ingeniería Industrial, ivan.perez@uacj.mx, orcid: 0000-0003-2445-0500,  
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Ciudad Juárez, Chihuahua, México

<sup>d</sup>Doctorado en Ingeniería, Ivan.rodriguez@uacj.mx, orcid: 0000-0001-8405-4599,  
Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Ciudad Juárez, Chihuahua, México

Forma de citar: A.V Quezada del Villara, L.A Rodríguez Picón, I.JC Pèrez Olguin, I. Rodríguez-Picón  
“Procesos estocásticos aplicados en análisis de datos de degradación-revisión de literatura”,  
*Mundo Fesc*, vol. 15, no. 1, pp. 85-94, 2018.

### Resumen

El mejorar, calcular y proyectar la confiabilidad de productos es una tarea fundamental hoy en día en la industria. Los dos modelos de procesos estocásticos más comunes en la literatura y aplicaciones son los procesos de Gamma y Wiener. Sin embargo, ambos modelos son insuficientes para ajustar todos los datos de degradación y existen aplicaciones en las que no ajustan en absoluto y pueden llevar a conclusiones erróneas, por lo que el proceso inverso Gaussiano es una opción muy atractiva para los datos de degradación. Con el fin de comparar los procesos Wiener, gamma e inverso Gaussiano, se realizaron búsquedas de literatura escrita (libros y artículos) e información vía internet (librerías virtuales, Google Académico y diferentes bases de datos) con lo que se obtuvo algunas aplicaciones en diferentes áreas de estudio y la tendencia del uso de los diferentes procesos a través de los últimos años. Además, de identificar características y diferencias entre cada uno de los procesos estocásticos. Palabras Clave: Confiabilidad, Modelo de degradación, Proceso estocástico en degradación, Proceso Gamma en degradación, Proceso inverso Gaussiano en degradación, Proceso Wiener en degradación

### Abstract

Improving, calculating and projecting the reliability of products is a fundamental task nowadays in the industry. The most common stochastic process models in the literature and applications are the Gamma and Wiener processes. However, both models are insufficient to adjust all degradation data. There are applications where they do not fit at all and can lead to erroneous conclusions. In this manner, the Gaussian inverse process is a very attractive option for degradation data. In order to compare the Wiener, gamma and Gaussian inverse processes, we searched for written literature (books and articles) and online data-bases (virtual libraries, Academic Google and different data bases) for which some applications were obtained in different areas of study and the tendency of the use of the different processes through the last years. In addition, to identify characteristics and differences between each of the stochastic processes.

Autor para correspondencia:

\*Correo electrónico: al171779@alumnos.uacj.mx,

## Introducción

En los últimos años la industria automotriz en México ha tenido cifras récord en producción y exportación de ventas de automóviles [1]. En ella la competencia es cada vez más fuerte y los clientes exigen alta calidad y satisfacción en el producto o servicio [2]. Hoy en día es de gran importancia el desarrollo de productos altamente sofisticados, debido a las crecientes expectativas de los clientes por adquirir artículos de manera confiable y segura [3].

El análisis de degradación se realiza mediante la medición y cantidad de desgaste en el tiempo de alguna característica de falla de los componentes, la cual puede estar directamente relacionada con la presunta falla del producto [4]. Según Meeker & Escobar [5] los modelos de datos de degradación, permiten: hacer inferencias y predicciones sobre el tiempo de falla, obtener y evaluar las medidas de la evolución del desempeño del producto con degradación física en intervalos de tiempo y por ende su degradación en el tiempo en términos de desempeño. Los datos basados en la condición observada se conocen generalmente como datos de degradación y están estrechamente relacionados con el proceso de degradación física subyacente [6, 7]. Varios ejemplos de datos de degradación incluyen los asociados con el crecimiento de grietas por fatiga [8]; los de intensidad de luz [9]; los de capacidad de baterías de iones de litio [10, 11]; los de vibraciones [12-14]; los de derivada del giroscopio [15] y los de las unidades de disco duro [16].

Actualmente se han incrementado las investigaciones de los modelos de degradación basados en procesos estocásticos [17]. La utilidad es debido a que a menudo se requieren tiempos de experimentación muy grandes en pruebas de vida, donde se somete un conjunto de productos a niveles altos de estrés ambiental, de tal manera que es posible obtener medidas de degradación de una característica de desempeño y tiempos de falla en menor tiempo y al incluir aleatoriedad a las variables,

permiten describir la variación de las condiciones iniciales o de los dispositivos que se han estudiado, como funciones de los parámetros del modelo; y mejorar la precisión de predicción de la confiabilidad en condiciones de uso normal [18].

En adelante este artículo se organiza de la siguiente manera, en la sección 2, se muestra el desarrollo de conceptos básicos y matemáticos de los diferentes procesos de degradación. En la sección 3 se explica el método de cómo se recabo la información. En la sección 4 los resultados que se obtuvieron a raíz de esta búsqueda de literatura. Y finalmente se presentan las conclusiones de este artículo en la sección 5.

## Conceptos básicos

### Degradación

La degradación se entiende por la debilidad que con el paso del tiempo, causa la falla de un producto, basándose en el rendimiento del mismo; se define “falla” como el evento en el cual una unidad, dispositivo o un sistema compuesto de diferentes dispositivos y unidades dejan de funcionar correctamente o deja de cumplir apropiadamente con su objetivo [19]. La degradación es una acumulación irreversible de daños a lo largo del tiempo, que finalmente conduce a una falla del sistema cuando alcanza un cierto umbral, ya sea fijo o aleatorio [5]. Aunque no se cuenta con abundante literatura, hay referencias importantes que han utilizado datos de degradación para evaluar la confiabilidad, como se muestra en la figura 1:

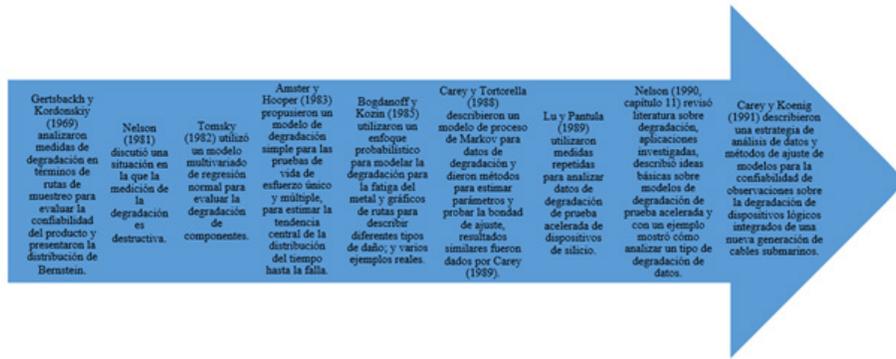


Figura 1. Referencias importantes utilizando datos de degradación para confiabilidad. Elaboración a partir de [20].

Para mejorar la confiabilidad del producto, se utilizan análisis de degradación (experimentos) para buscar de manera eficaz un característica que afecta el rendimiento del mismo con el número menor de muestras, esto implica la medición de los datos de degradación (rendimiento) que puede estar directamente relacionado con la falla y permita calcular la hora de error supuesto en base a las mediciones de la degradación en el tiempo y proporcionar información sobre la vida útil de productos [4].

Según Chen, et al. [21] muchos mecanismos, sistemas, productos o materiales se desgastan, degradan o envejecen con el tiempo antes de que experimenten fallas o roturas, las mediciones de degradación pueden proporcionar información valiosa adicional que puede utilizarse para complementar las observaciones de fallas reales y deben considerarse en los procedimientos de inferencia estadística y al usar un enfoque de daño acumulativo generalizado con un proceso estocástico que describe la degradación, se desarrolla una metodología general que incorpora tanto fallas duras como suaves, las cuales son:

- Las mediciones de degradación (fallas suave) en que el nivel de degradación es específico y la pérdida gradual del desempeño está definido en el nivel de degradación, por lo que es importante definir el nivel crítico de la trayectoria que es cuando se produce la falla.
- Las observaciones reales de fallas (fallas duras) en el cual la falla es clara y el producto deja de funcionar,

y permite obtener el nivel exacto de falla donde el producto deja de funcionar.

### Confiabilidad

El concepto de confiabilidad, tuvo su origen durante la Segunda Guerra Mundial y se buscaba estimar el número de repuestos necesarios para mantener equipos funcionando de forma intensiva por periodos largos de tiempo durante la guerra [22]; en ese contexto, una meta fundamental era lograr una alta confiabilidad en el material bélico, a fin de disminuir al máximo la probabilidad de falla de cualquier equipo [23].

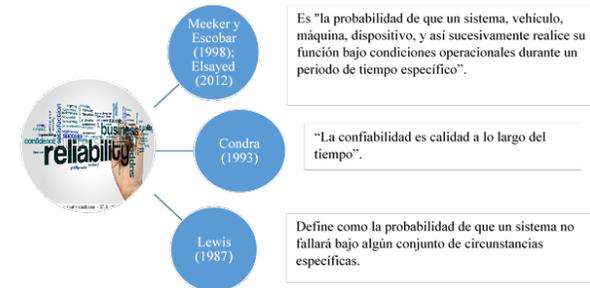


Figura 2. Diferentes definiciones de confiabilidad. Elaboración propia a partir de Meeker y Escobar[5]; Elsayed [24]; Condra [25] y Lewis [26].

### Proceso estocástico

Un proceso estocástico es un modelo donde una o más variables cambian de manera aleatoria en el tiempo [27]. Es una colección o familia  $\{D_t\}$ , del conjunto no vacío del cual  $t$  toma valores ("conjunto de subíndices") de variables aleatorias (con distribución normal y varianza cero) reales sobre un espacio de probabilidad  $(\Omega, A, P)$ ; es esencial la familia de las distribuciones marginales y los elementos principales que lo distingue son:

el conjunto de sub índices, el espacio de los estados y las relaciones entre las variables aleatorias [28-30].

En la práctica, la degradación a lo largo del tiempo a menudo se modela mediante el proceso estocástico  $\{D(t); t \geq 0\}$  para dar cuenta de la aleatoriedad inherente, con base en la suposición de la acumulación aditiva de degradación y en la aplicación antes de analizar los datos de degradación, se debe de asumir que el proceso sigue algún tipo de proceso de Lévy; además, con la especificación correcta y la supervisión adecuada de los procesos de degradación, es decir son útiles para predecir la vida útil restante y programar el mantenimiento necesario [6, 31].

Acerca de los modelos de degradación basados en procesos estocásticos, una buena parte de los resultados de las investigaciones han sido obtenidos en las últimas décadas [32]. De acuerdo con C. Peng y Tseng [33] estos mismos se utilizan ampliamente para evaluar la información del tiempo de vida de productos altamente confiables si existe una característica de calidad cuyo deterioro pueda relacionarse con la confiabilidad, por lo cual el rendimiento del mismo depende fuertemente de la idoneidad del modelo que describe la ruta de degradación de un producto; en consecuencia cuando las variaciones de unidad a unidad de las unidades de prueba no son significativas, se considera un camino de degradación de efecto fijo y variaciones en los datos de degradación que se describen principalmente por procesos estocásticos que dependen del tiempo; entre ellos se encuentran el proceso Gamma, el proceso de Wiener o el proceso inverso Gaussiano.

### ***Proceso Gamma***

El proceso Gamma se puede usar cuando una gran cantidad de fallas del producto es causada por el impacto de factores aleatorios externos, que tienden a ser muy pequeños y su tiempo de impacto sigue una distribución de Poisson compuesta (aleatorios) [6, 34, 35]

con incrementos independientes, con base cero y hasta infinito, donde el desempeño solo puede decrecer con respecto al tiempo, es por esto que el modelo es tomado en cuenta para modelar desgaste, propagación de fisuras, crecimiento, corrosión, consumo y fatiga, entre otros factores [18]. Se puede configurar con covariables y con efectos aleatorios [21, 36]; Lawless y Crowder [35] consideraron el parámetro de escala  $\mu$  como una función de las covariables cuando se configura el este proceso con covariables, y se asume  $\mu$  para ser específico de la unidad que sigue una distribución gamma cuando se configura con efectos aleatorios.

El proceso Gamma ha sido utilizado por Iervolino, Giorgio y Chioccarelli [37] quienes usaron la distribución de gamma para modelar el efecto producido por los terremotos; van Noortwijk [38] estudió la aplicación de procesos gamma en el mantenimiento; Wang, et al. [39] propusieron un método adaptativo de estimación de vida residual basado en un proceso Gamma estacionario aplicado en el crecimiento de grietas por fatiga, que funciona muy bien, el método inferencial propuesto es efectivo para estimar los parámetros del modelo y además a medida que se acumulan más datos de degradación, se pueden obtener estimaciones más precisas; Bordes, Paroissin y Salami [40] consideraron un modelo de degradación que consiste en dos procesos independientes: un proceso gamma homogéneo y un movimiento browniano, al cual llamaron proceso Gamma perturbado, además ilustraron su método mediante un estudio y una aplicación a un conjunto de datos reales presentados en el artículo de Takeda y Suzuki [41]; Pan, Sun y Feng [42] proponen modelos de confiabilidad de sistemas con dos componentes degradantes dependientes, en el cual las rutas de degradación de los componentes se rigen por procesos Gamma y para ilustrar el modelo presentaron un ejemplo de una vía férrea.

### ***Movimiento browniano***

Este movimiento se inició en 1827, cuando el botánico Robert Brown (1773-1858), descubrió y observó a través del microscopio que pequeñas partículas de granos de polen y de varios minerales en suspensión en el agua, seguían un movimiento vigoroso, irregular e incesante; tiempo después, surgió la primera explicación científica de este fenómeno dada por Albert Einstein en 1905, quien asentó las bases teóricas y experimentales de la teoría atómica de la materia e influenció el desarrollo de la teoría de los procesos estocásticos [30].

### ***Proceso Wiener***

El proceso de Wiener es uno de los procesos estocásticos más populares en la literatura, como modelo de degradación juega un papel importante en el análisis de degradación, ya que se basa en el incremento de la degradación en un intervalo de tiempo infinitesimal que se ve reflejado en un gran número de pequeños efectos externos (que se distribuye normalmente); esto es para la mayoría de los productos, muchos factores ambientales observables (la tasa de uso, la temperatura, la humedad, etc.), influyen en el comportamiento de degradación, por lo que sus efectos sobre el proceso de degradación pueden considerarse como variables explicativas; por otro lado, cuando los factores no observables (el tamaño de un defecto interno y las condiciones de uso de campo inobservables), influyen en la degradación del producto, sus efectos a menudo se representan al incorporar un efecto aleatorio, o término de fragilidad, en el modelo de degradación [31].

Los artículos de investigación muestran que el proceso de Wiener es un modelo útil para los datos de degradación, ya que ha sido utilizado en áreas como medicina, para describir una serie de biomarcadores que representan el deterioro de los sistemas a lo largo del tiempo, que presentan métodos para realizar inferencias en una población de individuos infectados con VIH para predecir el tiempo residual desde el ingreso al estudio hasta el momento en que se alcanza un límite crítico [43]; Tseng, et al. [44]

lo utilizó para modelar la intensidad de la luz de las lámparas led; Joseph y Yu [45] utilizaron un modelo de proceso de Wiener para mejorar la confiabilidad; Wang, Guo y Cheng [46] propusieron un método adaptativo de estimación de la vida residual basado en un proceso de degradación de Wiener bivalente con transformaciones a escala de tiempo y un ejemplo numérico sobre grietas (de baja intensidad) por fatiga para demostrar la utilidad y la validez del método propuesto; T. Barker y J. Newby [47] utilizaron un proceso de Wiener múltiple para describir la degradación de un sistema de multi-componente y desarrollaron una política óptima no periódica de inspección. Sin embargo, se sabe que la ruta de muestreo de este proceso no es monótona, lo que impide su aplicación en algunas situaciones [32].

### ***Proceso inverso Gaussiano***

Hay muchas rutas de degradación que el proceso de Wiener y el proceso de gamma fallan al modelar, Wang y Xu [6] introdujeron el proceso inverso de Gaussiano (IG) como una alternativa como un modelo de degradación, que da una interpretación física significativa para modelar la degradación de productos que se deterioran en entornos aleatorios, por lo tanto es apropiado para productos cuya degradación es causada por efectos aleatorios de tiempo continuo [31, 48]. Son muy populares en análisis donde hay una fuerte relación entre las variables de estudio y el tiempo, básicamente este tipo de procesos son estocásticos donde en cada punto del tiempo con variables aleatorias normales [49]. Por lo que es importante notar que el camino de un proceso inverso Gaussiano es estrictamente monótono y cuando la ruta de degradación no es así, el modelo de proceso inverso Gaussiano ya no es aplicable, pero aún podemos aplicar el modelo de proceso de Wiener para este tipo de datos [6].

El proceso inverso Gaussiano ha sido utilizado en áreas como medicina en este contexto se describen una serie de biomarcadores que representan el deterioro de los sistemas

a lo largo del tiempo y realizan inferencias en una población de individuos infectados con VIH

para predecir el tiempo de latencia desde la infección hasta el momento en que se detecta la misma, [43]; en grietas por fatiga de componentes estructurares de aviones metálicos, principalmente en piezas de aluminio [50]; en la ubicación de redes inalámbricas de sensores [51]; para el análisis de la degradación de cojinetes industriales [52]; Wang y Xu [9] propusieron un modelo de proceso inverso Gaussiano para ajustar los datos del láser; Peng [53] propuso un modelo de degradación basado en una mezcla inversa normal-gamma de un proceso Gauss inverso; Z.-S. Ye, Chen, Tang y Xie [54] discutieron la planificación acelerada de la prueba de degradación cuando la degradación subyacente sigue el proceso inverso Gaussiano; Zhang, Zhou

y Qin [55] describen un modelo para caracterizar el crecimiento de la profundidad de defectos por corrosión en tuberías de energía subterráneas, además se puede utilizar para facilitar el desarrollo y la mejora de la confiabilidad.

La figura 3 muestra de manera concreta las propiedades que caracterizan cada uno de los procesos estocásticos (proceso Gamma, proceso Wiener y el proceso inverso Gaussiano) anteriormente mencionados, las relaciones entre sí y de manera práctica permite observar diferencias y similitudes entre cada uno. Con el fin de identificar cual es el proceso que mejor se adapta y también da un panorama de porque algunos de ellos no han tenido gran uso actualmente.

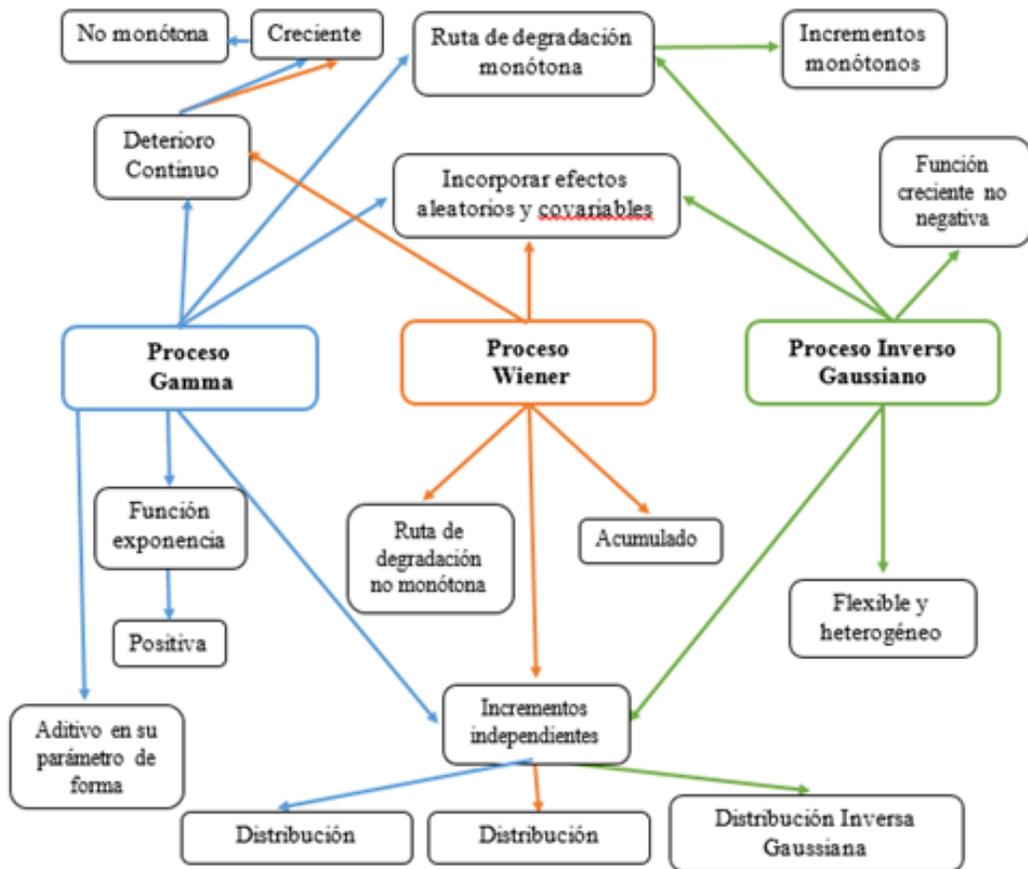


Figura 3. Relaciones entre las propiedades de los tres procesos estocásticos. Elaboración propia a partir de Chen, et al. [21] y Kahle, et al. [36]

**Materiales y métodos**

El objetivo de esta revisión de literatura está enfocado en el área de confiabilidad, en específico al estudio acerca de los diferentes procesos estocásticos (Proceso Gamma, Proceso inverso Gaussiano, Movimiento Browniano, Proceso Wiener, entre otros) de gran empleo en modelos de degradación. Se realizó con la finalidad de familiarizarse con los conceptos, características, y aplicaciones de los modelos de degradación enfocados a la confiabilidad de los procesos.

Se realizaron búsquedas de literatura escrita (libros y artículos) e información vía internet, se utilizaron librerías virtuales, Google Académico y diferentes bases de datos entre ellas IEEE Xplore, JSTOR, Wiley Online Library, ScienceDirect, Springer y Taylor & Francis. Las palabras clave usadas para la búsqueda de información fueron: *Stochastic process degradation*, *Inverse Gaussian Process degradation*, *Wiener Process degradation*, *Gamma processes degradation*, *Reliability* y *Degradation model*.

**Resultados y análisis**

Hasta el día 25 de abril de 2018, se observó en los últimos 9 años (2008-2017) debido al número de documentos encontrados, que el concepto *Gamma processes degradation* cuenta con un amplio interés de estudio en los últimos años, causa de un aumento considerable en el número de publicaciones; caso contrario con *stochastic process degradation* e *inverse Gaussian process degradation* que presentan una disminución en el número de publicaciones, sin embargo se observa un aumento paulatino de investigación; y por último con un número menor de publicaciones acerca de *Wiener process degradation*, que ha mostrado poco interés en la comunidad científica para investigar, pero en consecuencia existe una brecha de conocimiento y aportación en este tema. Además, de mostrar que en la base de datos Science Direct se encontró un número mayor de documentos para los cuatro procesos de degradación. Ambas afirmaciones se muestran en la figura 4.

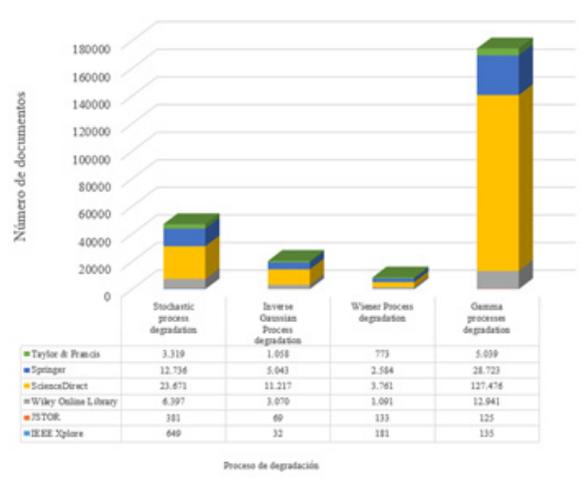


Figura 4. Documentos encontrados de los procesos de degradación por bases de datos de 2008-2017. Elaboración propia.

Además se realizó una búsqueda en el mismo intervalo de tiempo (2008-2017) por año como se muestra en la figura 5, para observar la tendencia de los datos. El stochastic process degradation muestra un incremento paulatino; inverse Gaussian process degradation muestra un incremento muy pequeño en los últimos años; Gamma processes degradation tiene una tendencia creciente en los últimos años muy por encima de los procesos restantes; Wiener process degradation se mantiene constante a través de los años.

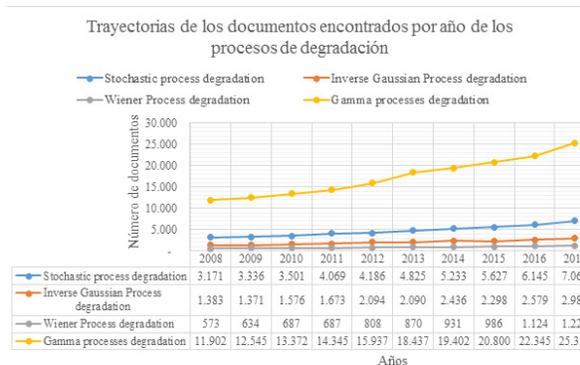


Figura 5. Trayectorias de los documentos encontrados por año de los procesos de degradación. Elaboración propia.

**Conclusiones**

Este artículo de revisión de literatura permitió observar las diferencias y características significativas entre cada uno de los procesos estocásticos, se concluye que el proceso Gamma es el que más se usa, ya que mostró con un incremento

acelerado en los últimos años y sigue creciendo; el proceso Wiener es de uso constante se concluye que es debido a las propiedades del mismo que limitan su uso; y finalmente el proceso inverso Gaussiano al ser flexible ha tenido un crecimiento pequeño a través de los años.

El mayor número de resultados encontrados con respecto a todos los términos buscados se obtuvieron en la base de datos de Science Direct, por otra parte respecto al número total de resultados obtenidos de todas las bases de datos corresponde un 18.82% a procesos estocásticos de degradación, un 8% al proceso inverso Gaussiano, un 3% al proceso Wiener y finalmente un 70% al proceso Gamma el cual muestra un mayor impacto actualmente.

## Referencias

- [1] A. V. Miranda, "La industria automotriz en México: Antecedentes, situación actual y perspectivas," *Contaduría y administración*, pp. 209-246, 2007.
- [2] F. J. Droguett Jorquera, "Calidad y satisfacción en el servicio a clientes de la industria automotriz: análisis de principales factores que afectan la evaluación de los clientes," 2012.
- [3] R. A. Dovich, *Reliability Statistics: ASQC Quality Press*, 1990.
- [4] J. Rojas Gómez, El pensamiento Abstracto a partir de la interdisciplinariedad de las Matemáticas, *ECO*, vol. 8, pp. 51-53, jun. 2018.
- [5] S.-T. Tseng and H.-F. Yu, "A Termination Rule for Degradation Experiments," *IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY*, pp. 130-133, 1997.
- [6] W. Q. Meeker and L. A. Escobar, *Statistical Methods for Reliability Data*: Wiley, 1998.
- [7] X. Wang and D. Xu, "An Inverse Gaussian Process Model for Degradation Data," *Technometrics*, vol. 52, pp. 188-197, 2010/05/01 2010.
- [8] R. R. Zhou, N. Serban, and N. Gebraeel, "Degradation modeling applied to residual lifetime prediction using functional data analysis " *The Annals of Applied Statistics*, vol. 5, pp. 1586-1610, 2011.
- [9] E. Zio and F. Di Maio, "Fatigue crack growth estimation by relevance vector machine," *Expert Systems with Applications*, vol. 39, pp. 10681-10692, 2012/09/15/ 2012.
- [10] X. Wang, "Wiener processes with random effects for degradation data," *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 101, pp. 340-351, 2010/02/01/ 2010.
- [11] G. Jin, D. E. Matthews, and Z. Zhou, "A Bayesian framework for on-line degradation assessment and residual life prediction of secondary batteries inspacecraft," *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 113, pp. 7-20, 2013/05/01/ 2013.
- [12] A. Widodo, M.-C. Shim, W. Caesarendra, and B.-S. Yang, "Intelligent prognostics for battery health monitoring based on sample entropy," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, pp. 11763-11769, 2011/09/01/ 2011.
- [13] K. Javed, R. Gouriveau, N. Zerhouni, and P. Nectoux, "Enabling Health Monitoring Approach Based on Vibration Data for Accurate Prognostics," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, pp. 647-656, 2015.
- [14] P. K. Kankar, S. C. Sharma, and S. P. Harsha, "Rolling element bearing fault diagnosis using wavelet transform," *Neurocomputing*, vol. 74, pp. 1638-1645, 2011/05/01/ 2011.
- [15] Z. Liu, H. Cao, X. Chen, Z. He, and Z. Shen, "Multi-fault classification based on wavelet SVM with PSO algorithm to analyze vibration signals from rolling element bearings," *Neurocomputing*, vol. 99, pp. 399-410, 2013/01/01/ 2013.
- [16] X.-S. Si, W. Wang, M.-Y. Chen, C.-H. Hu, and D.-H. Zhou, "A degradation path-dependent approach for remaining useful life estimation with an exact and closed-form solution," *European Journal of Operational Research*, vol. 226, pp. 53-66, 2013/04/01/ 2013.
- [17] Z. S. Ye, Y. Wang, K. L. Tsui, and M. Pecht, "Degradation Data Analysis Using Wiener Processes With Measurement Errors," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 62, pp. 772-780, 2013.

- [18] C. Graham, "Stochastic Process Algebra Structure for Insensitivity," *In Proc. of 7th International Workshop on Process Algebras and Performance Modeling*, PAPM, pp. 63-82, 1999.
- [19] L. A. Rodríguez Picón, M. I. Rodríguez Borbón, and A. Flores Ortega, "Estimación de confiabilidad para productos con dos características de desempeño basada en un modelo de degradación estocástico bivariado," *CULCyT*, 2016.
- [20] S. Yáñez and R. A. Granada, "Comparación de metodologías para el análisis de datos de degradación para trayectorias lineales," *Revista Colombiana de Estadística*, pp. 133-151, 2006.
- [21] C. J. Lu and W. Q. Meeker, "Using Degradation Measures to Estimate a Time-to-Failure Distribution," *Technometrics*, vol. 35, pp. 161-174, 1993.
- [22] D.-G. Chen, Y. Lio, H. K. T. Ng, and T.-R. Tsai, *Statistical Modeling for Degradation Data*, 1 ed.: Springer Singapore, 2017.
- [23] L. A. Escobar R., E. R. Villa D., and S. Yáñez C., "Confiabilidad: historia, estado del arte y desafíos futuros," *Dyna*, vol. 70, pp. 5-21, 2003.
- [24] J. Acuña Acuña, *Ingeniería de Confiabilidad*. Costa Rica Editorial Tecnológica de Costa Rica, 2003.
- [25] E. A. Elsayed, *Reliability engineering* vol. 88: John Wiley & Sons, 2012.
- [26] L. W. Condra, *Reliability improvement with design of experiments*. New York: Marcel Dekker, 1993.
- [27] E. E. Lewis, "Introduction to reliability engineering," 1987.
- [28] P. P. Cabezas O, "La Función Gamma y sus Aplicaciones," 2008, vol. 3, 2008-05-30 2008.
- [29] P. Ibarrola Muñoz and V. Quesada Paloma, "Simulación de trayectorias en procesos gamma-exponenciales," *Estadística Española*, pp. 7-30, 1982.
- [30] N. J. Lasprilla, "Teoría de la ruina y el proceso de Wiener," *Revista Colombiana de Estadística*, vol. 4, 1983.
- [31] U. Cárcamo C, "Procesos de Wiener," *Revista Universidad EAFIT*, vol. 110, pp. 39-51, 1998.
- [32] Z.-S. Ye and N. Chen, "The Inverse Gaussian Process as a Degradation Model," *Technometrics*, vol. 56, pp. 302-311, 2014/07/03 2014.
- [33] F. Duan and G. Wang, "Optimal design for constant-stress accelerated degradation test based on gamma process," *Communications in Statistics - Theory and Methods*, pp. 1-25, 2018.
- [34] C. Peng and S. Tseng, "Mis-Specification Analysis of Linear Degradation Models," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 58, pp. 444-455, 2009.
- [35] J. D. Esary and A. W. Marshall, "Shock Models and Wear Processes," *Ann. Probab.*, vol. 1, pp. 627-649, 1973/08 1973.
- [36] J. Lawless and M. Crowder, "Covariates and random effects in a Gamma process model with application to degradation and failure," *Kluwer Academic Publishers*, pp. 2013-227, 2004.
- [37] W. Kahle, S. Mercier, and C. Paroissin, *Degradation Processes in Reliability* vol. Volume 3: Wiley, 2016.
- [38] I. Iervolino, M. Giorgio, and E. Chioccarelli, "Gamma degradation models for earthquake-resistant structures," *Structural Safety*, vol. 45, pp. 48-58, 2013/11/01/ 2013.
- [39] J. M. van Noortwijk, "A survey of the application of gamma processes in maintenance," *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 94, pp. 2-21, 2009/01/01/ 2009.
- [40] X. Wang, N. Balakrishnan, B. Guo, and P. Jiang, "Residual life estimation based on bivariate non-stationary gamma degradation process," *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 85, pp. 405-421, 2015/01/22 2015.

- [41] L. Bordes, C. Paroissin, and A. Salami, "Parametric inference in a perturbed gamma degradation process," *Communications in Statistics - Theory and Methods*, vol. 45, pp. 2730-2747, 2016/05/02 2016.
- [42] E. Takeda and N. Suzuki, "An empirical model for device degradation due to hot-carrier injection," *IEEE Electron Device Letters*, vol. 4, pp. 111-113, 1983.
- [43] Z. Pan, Q. Sun, and J. Feng, "Reliability modeling of systems with two dependent degrading components based on gamma processes," *Communications in Statistics - Theory and Methods*, vol. 45, pp. 1923-1938, 2016/04/02 2016.
- [44] K. A. Doksum and S.-L. T. Normand, "Gaussian models for degradation processes-part I: Methods for the analysis of biomarker data," *Lifetime Data Analysis*, vol. 1, pp. 131-144, June 01 1995.
- [45] S. T. Tseng, J. Tang, and I. H. Ku, "Determination of burnin parameters and residual life for highly reliable products," *Naval Research Logistics* (NRL), vol. 50, pp. 1-14, 2003.
- [46] V. R. Joseph and I. T. Yu, "Reliability improvement experiments with degradation data," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 55, pp. 149-157, 2006.
- [47] X. Wang, B. Guo, and Z. Cheng, "Residual life estimation based on bivariate Wiener degradation process with time-scale transformations," *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 84, pp. 545-563, 2014/03/04 2014.
- [48] C. T. Barker and M. J. Newby, *Optimal non-periodic inspection for a multivariate degradation model* vol. 94, 2009.
- [49] A. Kumar, A. Wyłomańska, and J. Gajda, "Stable Lévy motion with inverse Gaussian subordinator," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 482, pp. 486-500, 2017/09/15/ 2017.
- [50] V. M. E. Ruiz, M. I. R. Borbón, I. G. Garrobo, and Á. P. Meza, "Modelos predictivos para estimar la degradación de las variables que componen el grado de color del algodón Upland," CULCyT, 2016.
- [51] S. Mohanty, A. Chattopadhyay, P. Peralta, S. Das, and C. Willhauck, "Fatigue Life Prediction Using Multivariate Gaussian Process," in *49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 16th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference, 10th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference, 9th AIAA Gossamer Spacecraft Forum, 4th AIAA Multidisciplinary Design Optimization Specialists Conference*, ed: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008.
- [52] P. Richter and M. Toledano-Ayala, "Revisiting Gaussian Process Regression Modeling for Localization in Wireless Sensor Networks," *Sensors*, vol. 15, p. 22587, 2015.
- [53] H. Sheng and Z. Zheng, "Application of Gaussian Process Regression for bearing degradation assessment," in *2012 6th International Conference on New Trends in Information Science, Service Science and Data Mining (ISSDM2012)*, 2012, pp. 644-648.
- [54] C.-Y. Peng, "Inverse Gaussian Processes With Random Effects and Explanatory Variables for Degradation Data," *Technometrics*, vol. 57, pp. 100-111, 2015/01/02 2015.
- [55] Z.-S. Ye, L.-P. Chen, L. C. Tang, and M. Xie, "Accelerated degradation test planning using the inverse gaussian process," *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 63, pp. 750-763, 9 2014.
- [56] S. Zhang, W. Zhou, and H. Qin, "Inverse Gaussian process-based corrosion growth model for energy pipelines considering the sizing error in inspection data," *Corrosion Science*, vol. 73, pp. 309-320, 2013/08/01/ 2013.