

## Optimización del diseño de los engranes del reductor de un vehículo todo terreno

*Design optimization of reduction gearbox for an all-terrain vehicle*

\*Carlos Campos-García, <sup>b</sup>José Omar Dávalos-Ramírez, <sup>c</sup>Delfino Cornejo-Monroy, <sup>d</sup>Alfredo Villanueva-Montellano

<sup>a</sup>Ingeniero de Sistemas, automotricesal122268@alumnos.uacj.mx,  
Orcid: 0000-0001-9860-5777, Docente investigador. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.

<sup>b</sup>Doctor, jose.davalos@uacj.mx, Orcid: 0000-0002-6612-5231,  
Docente investigador. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.

<sup>c</sup>Doctor, delfino.cornejo@uacj.mx, Orcid: 0000-0002-6294-7385,  
Docente investigador. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.

<sup>d</sup>Licenciado, alfredo.villanueva@uacj.mx, Orcid: 0000-0002-8864-9984,  
Docente investigador. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.

Recibido: Febrero 10 de 2019 Aceptado: Junio 20 de 2019.

Forma de citar: C. Campos-García, J.O. Dávalos-Ramírez,  
Delfino Cornejo-Monroy y A. Alfredo Villanueva-Montellano,  
"Optimización del diseño de los engranes del reductor de un vehículo todo terreno",  
MundoFesc, vol. 9, no. 18, pp. 16-23, 2019

### Resumen

---

En la actualidad existe la tendencia de diseñar componentes mecánicos capaces de soportar elevadas cargas de operación y que al mismo tiempo sean lo más ligeros posibles. Ambas condiciones son opuestas ya que, al aligerar un componente, existe el riesgo de disminuir su capacidad de resistir cargas estructurales. En este trabajo se realiza el diseño optimizado de los engranes del reductor de velocidad de un vehículo todo terreno (VTT) con el objetivo de reducir su masa sin el incremento considerable de los esfuerzos de contacto y de flexión en los dientes. El trabajo se basa en la integración de una metodología de optimización que incluye las técnicas de evolución diferencial (ED), redes neuronales artificiales (RNA) y el método de elemento finito (MEF).

**Palabras clave:** Engranes, optimización, reductor de velocidad, vehículos todo terreno

### Abstract

---

Nowadays, there is a tendency to design mechanical components capable of withstanding high operation loads and simultaneously be as light as possible. Both conditions, are opposite due to when a component is light there is a risk to reduce its their capacity to resist structural loads. In this work a design optimization of the all-terrain vehicle reductor gearbox was performed with aim of to reduce its weight without a remarkable increasing of contact and bending stresses on gear teeth. The work is based in the integration od a optimization methodology which includes differential evolution, artificial neural networks and the finite element method.

**Keywords:** Gears, optimization, speed reducer, all-terrain vehicles

---

Autor para correspondencia:

\*Correo electrónico: automotricesal122268@alumnos.uacj.mx

## Introducción

Las cajas de engranes son elementos mecánicos que se acoplan al eje de un motor y que tienen como función principal variar la velocidad de salida que este otorga. Cuando ocurre un incremento en la velocidad se le conoce como caja multiplicadora, mientras que, si ocurre una reducción, se conoce como caja reductora. Este último efecto se utiliza cuando se requiere obtener un incremento en el torque nominal del motor. Este incremento en el torque es inversamente proporcional a la reducción de la velocidad. Una caja reductora de engranes se compone de pares de engranes acoplados que mantienen una relación entre ellos, ya sea de diámetros o de dientes  $\neq 1$ , en la que se le denomina piñón al engrane pequeño y rueda al engrane grande. El valor de dicha relación será el valor de la reducción de velocidad y por consecuencia el del incremento del torque.

Una aplicación típica de los reductores se da en los VTT que compiten en las categorías estudiantiles Baja SAE en las cuales se requiere un aumento en el torque que se entrega a las ruedas y que es necesario para cumplir en las pruebas de tracción (arrastre y ascenso en pendiente). Los engranes de las cajas reductoras utilizadas en los VTT deben de ser robustos para garantizar su resistencia mecánica, sin embargo, cumpliendo esta condición, se incrementa el peso del vehículo lo cual reduce su potencia específica. Lo anterior, obliga a encontrar un balance entre una masa mínima y la resistencia mecánica de los engranes.

Los esfuerzos que experimenta un engrane se concentran en sus dientes y son de dos tipos: de contacto y de flexión [1]; para mantener un diseño seguro, estos esfuerzos deberán de mantenerse por debajo del límite elástico del material. Su cálculo puede realizarse a través de ecuaciones o a través de simulación numérica, siendo el MEF el método de simulación más utilizado. La aplicación de MEF en el cálculo de esfuerzos en engranes permite, además de obtener el resultado, una visualización de la zona del diente donde se concentran, lo cual no se obtiene a través de ecuaciones.

Diversas investigaciones se han llevado a cabo para evaluar el estado de esfuerzos en dientes de engranes rectos, tanto de flexión como de contacto, usando el MEF. Pasta y Mariotti [2] desarrollaron una metodología para la evaluación de los esfuerzos de contacto variando el perfil de los dientes de pares de engranes acoplados.

Encontraron que existe un incremento aproximado del 10% en la magnitud de los esfuerzos al incrementar el coeficiente de fricción de 0 a 0.3. Li [4] realizó un estudio para evaluar los errores de maquinado y los errores de ensamble en los esfuerzos de flexión y de contacto de engranes. Encontró que estos errores incrementan la magnitud de estos tipos de esfuerzos, especialmente en los de flexión en los cuales la combinación de ambos errores reduce considerablemente su vida útil. Su estudio se llevó a cabo usando el MEF.

De entre las variables que intervienen en el diseño de los engranes: el módulo, el espesor del diente, la relación de engranes y el número de dientes en el engrane piñón son ampliamente utilizadas cuando se trata de optimizar el diseño de cajas reductoras genéricas utilizando diferentes métodos [5]-[9]. En estas investigaciones se han utilizado algoritmos genéticos, enjambre de partículas, simulado recocido por mencionar algunas técnicas o métodos de optimización. Los resultados que se han obtenido muestran la minimización de la masa de los engranes de diferentes tipos de reductores sin afectar la integridad estructural ni las condiciones de operación.

En este trabajo se propone la optimización del diseño de un reductor de velocidad compuesto de dos pares de engranes perteneciente a un VTT a través de una metodología que utiliza MEF, RNA y ED. El objetivo principal es reducir la masa total de los engranes del reductor manteniendo los esfuerzos de flexión y de contacto por debajo del límite del material. Adicionalmente se condicionó mantener un número mínimo de 16 dientes del piñón para evitar interferencias.

## Materiales y métodos

El proceso de optimización de los engranes reductores del VTT se realizó utilizando el algoritmo ED. Como cualquier algoritmo de optimización, ED requiere de una gran cantidad de evaluaciones de la función objetivo. En el caso de engranes puede realizarse a través de ecuaciones, sin embargo, para la evaluación de los esfuerzos de contacto y de flexión que intervienen en la función, se requiere interpolar ya que algunos de los parámetros, como el factor de forma  $J$ , se encuentran establecidos en tablas lo cual complica la programación del algoritmo ya que no presentan un comportamiento lineal [10].

Para simplificar el proceso, se propone utilizar una RNA como método de evaluación de la función objetivo durante la optimización debido a la capacidad de RNA de predecir en condiciones no lineales. La base de datos para el entrenamiento y validación de la red neuronal se generó a través del MEF usando como referencia un diseño de experimentos factorial.

El VTT tiene una transmisión continua variable (CVT por sus siglas en inglés) con una reducción de 3.9. El motor al que se acopla el CVT tiene una potencia máxima de 10 HP con eje de salida del motor de 25.4 mm y genera un torque máximo de 14.8 a 2500 rpm.

### a. Función objetivo

La función objetivo es el elemento más importante en la optimización ya que en ella se define hacia donde se dirige dicho proceso. En el caso del diseño optimizado de los engranes del reductor de velocidad de un VTT, el objetivo primordial es reducir su masa restringiendo la magnitud de los esfuerzos de contacto y de flexión, así como el número de dientes en el piñón. La formulación de la función objetivo se presenta de la siguiente manera:

$$\text{Min } f_{\text{obj}}(\vec{x}) = f_1 + f_2 \quad (1)$$

$$f_1 = \frac{(m_{p1} + m_{r1}) - m_{tar}}{m_{tar}} + \frac{\sigma_{H1}}{\sigma_y} + \frac{\sigma_{B1}}{\sigma_y} + \frac{16}{z_{p1}} \quad (2)$$

$$f_2 = \frac{(m_{p2} + m_{r2}) - m_{tar}}{m_{tar}} + \frac{\sigma_{H2}}{\sigma_y} + \frac{\sigma_{B2}}{\sigma_y} + \frac{16}{z_{p2}} \quad (3)$$

Donde  $f_1$  y  $f_2$  son las funciones objetivo correspondientes del par uno y dos del tren de engranes respectivamente,  $m$  es la masa del engrane y  $\sigma$  es el esfuerzo. Los subíndices  $p$  y  $r$  corresponden al engrane piñón y rueda respectivamente, los subíndices  $H$  y  $B$  corresponden a los esfuerzos de contacto y de flexión, respectivamente, durante el acoplamiento del par de engranes, mientras que  $y$  corresponde al esfuerzo de fluencia del material.

El vector  $X$  corresponde al vector de variables de diseño. Los términos de cada función se encuentran adimensionalizados para simplificar su evaluación y poder sumar todos los elementos involucrados en ella. Cada término se encuentra acomodado de manera que mientras se optimice la variable de interés, este reduzca su magnitud. Para la masa de los engranes la adimensionalización se realiza utilizando un valor de masa de referencia definido por  $m_{tar}=0.01g$ .

Para los esfuerzos se utiliza el valor de esfuerzo de fluencia del material mientras que para garantizar que para el número mínimo de dientes del piñón se utiliza la cantidad de 16 dientes [10]. De esta manera el algoritmo de optimización forzará a minimizar los términos de cada función obligando a mantenerla dentro de los parámetros establecidos. La red neuronal predecirá los tres primeros términos de la función objetivo, que corresponden a la masa de los engranes, los esfuerzos de contacto y los esfuerzos de flexión.

Las variables de diseño seleccionadas son el módulo ( $M$ ), el número de dientes del piñón ( $z$ ), el espesor del diente ( $b$ ), la relación de engranes ( $i$ ) y el torque aplicado ( $T$ ). Los rangos de las variables se presentan en la Tabla I.

TABLA I. Rangos mínimo y máximo de las variables de diseño

	Rango mínimo	Rango máximo
$M$	2	3
$z$	16	20
$b$ (mm)	10	30
$i$	3	3.5
$T$ (Nm)	14.8	51.8

Las variables se escogieron tomando como referencia investigaciones previas [11]-[13]. Los rangos son de acuerdo con las condiciones y características del VTT. El módulo como mínimo debe de ser 2 para permitir un diámetro mayor al del eje del motor. El espesor del diente debe ser de un máximo de 30 para garantizar su acomodo en la caja de engranes. La relación de engranes se fija de 3 a 3.5 para evitar cuestiones de vibraciones excesivas. El torque mínimo resulta de la entrega del motor mientras que el máximo que puede alcanzarse corresponde a la multiplicación de la máxima relación  $i$  por el torque inicial de 14.8.

### b. Algoritmo de optimización evolución diferencial

El algoritmo ED se clasifica en la categoría de los evolucionarios y funciona mediante la aplicación de tres operaciones genéticas: mutación, recombinación y selección. El primer paso en el algoritmo es generar una población aleatoria en donde cada individuo es representado por vectores de diseño. Se selecciona un vector y en la mutación se genera uno nuevo en función de un factor de escala  $F \in [0,1]$ .

La recombinación utiliza dos valores que son  $C$  y  $r$ , parámetro de cruce y un número aleatorio respectivamente. Si el número aleatorio es menor que  $C$ , el nuevo vector que se creó en la mutación se compara con el vector que se seleccionó inicialmente y si presenta un mejor desempeño en la función objetivo, el vector pasará a la siguiente generación, en caso contrario pasará el primer vector seleccionado. Este proceso se repite hasta completar una nueva generación. Finalmente, después de realizar la cantidad de generaciones definidas se obtiene un candidato óptimo. En este trabajo el factor de escala y el parámetro de cruce se escogieron a prueba y error siendo 0.3 y 0.85 respectivamente. Se determinaron 100 generaciones de 50 individuos. Se realizaron cinco procesos de optimización diferentes cambiando el módulo del engrane de 2 a 3, en intervalos de 0.25, esto por cuestiones de manufactura [14].

**c. Método de predicción basado en RNA**

La función objetivo se apoyó evaluando la masa del tren de engranes y los esfuerzos mediante RNA. La red seleccionada fue de tipo perceptrón multi capa, con cinco neuronas en la capa de entrada, tres neuronas en la capa oculta y una neurona en la capa de salida. Las funciones de transferencia para la conexión entre capa de entrada con capa oculta y capa oculta con capa de salida fueron tangente sigmoidea y lineal respectivamente. El algoritmo seleccionado para el entrenamiento fue el Levenberg-Marquardt [15]. La red se entrenó con una cantidad de 80 combinaciones de engranes ocupándose un 75% para entrenamiento y 25% par validación. Las combinaciones se hicieron con base a un diseño de experimentos factorial. La cantidad de neuronas en la oculta se definieron a prueba y error tomando como parámetro el coeficiente de determinación, dando un valor de 0.99964 (Fig. 1).

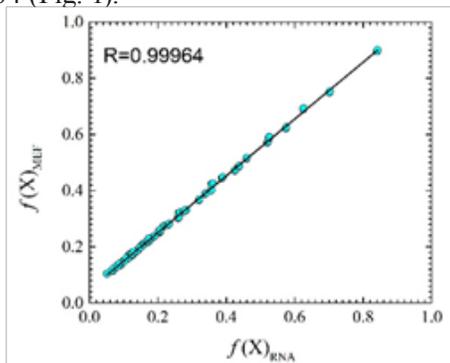


Fig. 1. Coeficiente de determinación de la RNA

De la RNA se obtuvieron los pesos y bias para plantear el modelo matemático usado para la predicción de la función objetivo durante la optimización. La expresión que define a la función objetivo es la siguiente:

$$TS = \frac{2}{1 + e^{[2 \cdot (W_{in} \cdot N_k + b_{1,s})]}} - 1 \tag{4}$$

$$f = f_{obj} = W_{out} \cdot TS + b_{2,l} \tag{5}$$

Donde TS es la salida de la función de transferencia tangente sigmoidea y  $f$  es la salida de la función de transferencia lineal y es igual al valor de la función objetivo,  $W_{in}$  y  $W_{out}$  son los pesos sinápticos de la capa oculta y de salida respectivamente,  $b_1$  y  $b_2$  son las bias de la capa oculta y de salida respectivamente. Los subíndices  $s$  y  $l$  representan la cantidad de neuronas de la capa oculta y de salida respectivamente.

**d. Análisis mediante MEF**

Los valores de la función objetivo usados en la base de datos del entrenamiento y validación de la RNA se obtuvieron a través del MEF. Se realizaron los modelos geométricos de los engranes mediante un programa de CAD y fueron exportados a un programa comercial para estudios mediante el MEF. El material utilizado es acero cuyas propiedades mecánicas se presentan en la Tabla II.

TABLA II. Propiedades del acero utilizado para los engranes		
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de elasticidad (GPa)	Esfuerzo de fluencia (MPa)
7850	205	300

El par de engranes fue discretizado con elementos hexaédricos con un promedio de 80000 elementos con refinamiento en la zona de los dientes que están en contacto. Se presenta el promedio de elementos ya que al ser los engranes de diferentes tamaños, existe variación en la cantidad de elementos. En la Fig. 2 se presenta un ejemplo de la discretización de los engranes.

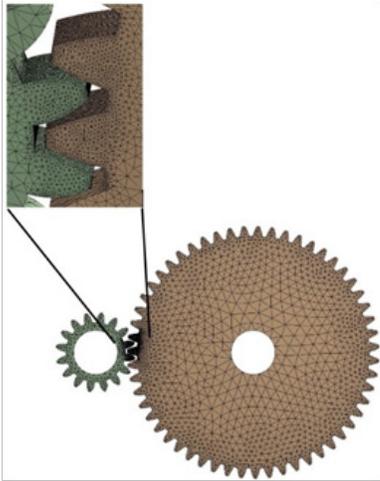


Fig. 2. Discretización del par de engranes

Las condiciones de sujeción y de carga en la simulación se presentan en la Fig. 3. Se asignaron dos sujeciones en el centro de los engranes: sin fricción en el piñón y fijo en la rueda. Adicionalmente, se aplicó un torque  $T$  en el engrane piñón que representa la carga recibida por el motor y se transmite al engrane rueda.

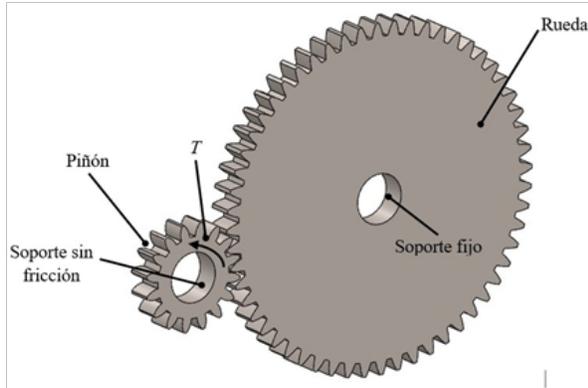


Fig. 3. Condiciones de frontera en simulación de los engranes

## Resultados y discusión

En este trabajo se presenta una metodología para el diseño optimizado de los engranes del reductor de velocidad de un VTT implementando técnicas de optimización evolutiva, DE, técnicas de predicción, RNA, y simulación numérica por medio del MEF. El objetivo principal es obtener una disminución de la masa de los engranes del reductor bajo restricciones estructurales, esfuerzos de flexión y de contacto y de diseño, número de dientes mínimo en el piñón.

En la Fig.4 se muestran los resultados de la optimización de la función objetivo para cada módulo de engranes. Se puede observar que cuando se optimizaron los engranes con módulos altos el valor de la función objetivo incrementa, esto se atribuye a que un mayor módulo es proporcional a un mayor diámetro de los engranes y por consiguiente a la masa de estos, lo cual eleva dicho valor.

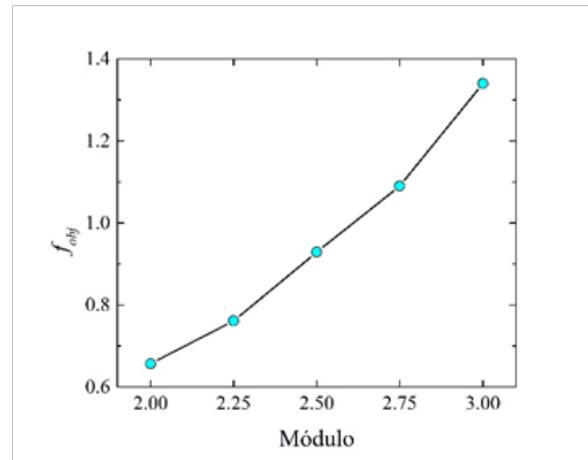


Fig. 4. Comparación de función objetivo contra módulo de los engranes

Las variables de cada diseño optimizado se presentan en la Tabla III. En todos los casos el número de dientes mínimo del piñón cumplió con la restricción de al menos 16 dientes. Así mismo, en todos los casos la relación de engranes  $i$  se mantuvo próxima al valor máximo esperado al igual que el espesor de los engranes en el que a excepción del caso con módulo 3 que presentó un valor mayor a los 12 mm.

TABLA III. Valores de las variables de diseño optimizados

$M$	2	2.25	2.5	2.75	3
$z_{p1}$	16	18	16	16	16
$b_1$ (mm)	10	10.4	10.7	10.5	10.1
$i_1$	3.4926	3.4996	3.4890	3.4723	3.4975
$T$ (Nm)	14.8	14.8	14.8	14.8	14.8
$z_{p2}$	17	16	17	17	16
$b_2$ (mm)	10.1	10.3	10.7	10	12.7
$i_2$	3.4465	3.4947	3.4658	3.4942	3.4845
$T$ (Nm)	51.69	51.79	51.63	51.38	51.76

Los esfuerzos de contacto, de flexión, la masa y el factor de seguridad se presentan en la Tabla IV. Se observa que la reducción en el peso de los engranes incide en la magnitud de los esfuerzos. En  $M=2$  y  $M=2.25$  los esfuerzos de flexión son mayores con respecto a los esfuerzos de contacto. Lo anterior se debe a que disminuye la cantidad de material de la cara del engrane que es donde se apoya el diente. A medida que se incrementa el módulo, hay una mayor cantidad de material que es cuando los esfuerzos de flexión decrecen. Sin embargo, lo anterior involucra un aumento de su masa. La opción seleccionada como diseño de los engranes del reductor del VTT

TABLA IV. Resultados de esfuerzos de flexión, contacto, masa y factor de seguridad

M	$\sigma_N$ (MPa)		$\sigma_B$ (MPa)		m (kg)	Factor de seguridad mínimo
	Par 1	Par 2	Par 1	Par 2		
2	113.29	255.40	131.10	313.82	1.597	0.955
2.25	50.75	227.97	76.48	240.87	2.292	1.24
2.5	40.91	157.64	48.76	148.57	2.548	1.90
2.75	36.03	141.93	48.92	132.47	3.214	2.11
3	35.24	135.89	45.63	126.85	4.055	2.36

En la Fig. 5 se presenta la distribución de los esfuerzos de contacto y de flexión en las caras del primer par de engranes del diseño optimizado. La distribución de los esfuerzos se extiende hacia la cara con magnitudes máximas presentándose, en ambos casos, en el piñón. También, en el piñón la distribución abarca una mayor superficie debido a la disminución del espesor de la cara del engrane. En los esfuerzos de flexión se encuentran magnitudes negativas que indican que los esfuerzos se presentan en compresión.

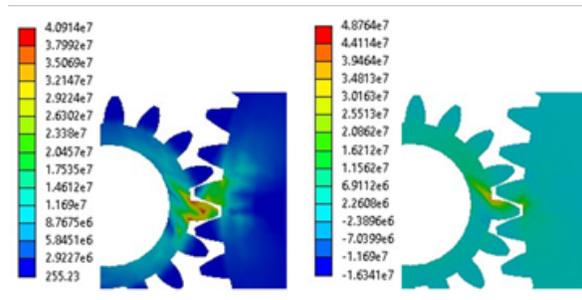


Fig. 5. Esfuerzos de contacto (izquierda) y de flexión (derecha) en el primer par de engranes (Pa)

Los esfuerzos de contacto y de flexión en los dientes del primer par de engranes se presentan en las Fig. 6 y 7 respectivamente. En el diente del piñón se generan los esfuerzos con magnitudes más grandes y se concentran en la raíz del diente. En el contacto, el diente de la rueda presenta concentración de esfuerzos a la orilla de la línea de contacto, mientras que en la flexión aparecen en la raíz del diente en tensión y en su mayoría de compresión.

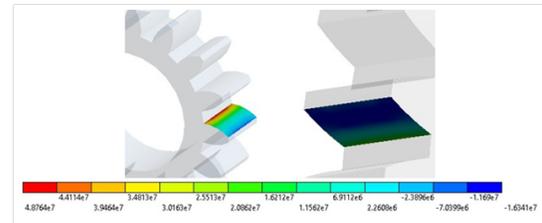
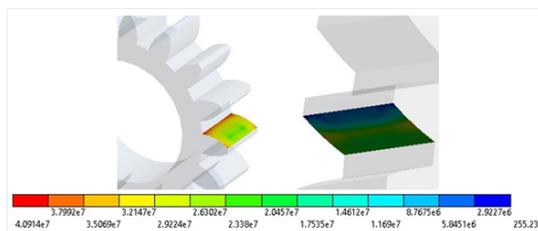


Fig. 7. Esfuerzos de flexión en los dientes del primer par de engranes (Pa)

En el segundo par de engranes se esperan valores máximos de esfuerzo debido al incremento del torque. La distribución de esfuerzos de contacto en este par se presenta en la Fig. 8. El valor máximo de esfuerzo debido al contacto ocurre en la cara del engrane y su distribución se extiende desde la línea de contacto hasta su raíz posterior. En el piñón los esfuerzos se distribuyen más allá de la zona de contacto

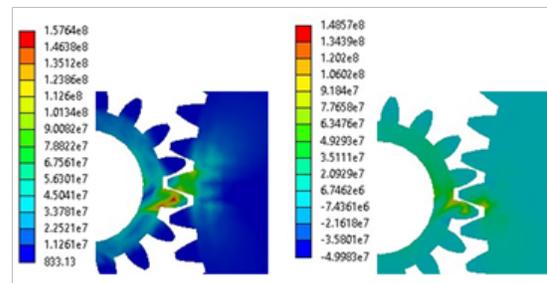


Fig. 8. Esfuerzos de contacto (izquierda) y de flexión (derecha) en el segundo par de engranes

Los esfuerzos de contacto en los dientes del engrane se presentan en la Fig. 9. Como se puede observar, en la punta del diente los esfuerzos son mínimos, mientras que es en la línea de contacto donde se presentan con mayor magnitud, aproximadamente a la mitad del diente. En el diente del engrane piñón la distribución en la línea de contacto es uniforme, mientras que en el engrane rueda la mayor magnitud se concentra en la orilla.

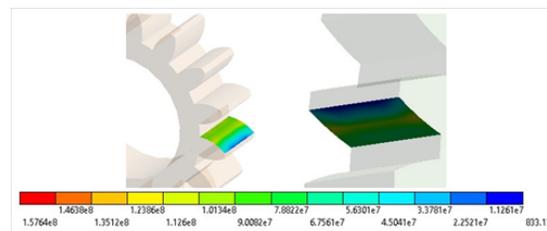


Fig. 9. Esfuerzos de contacto en el segundo par de engranes (Pa)

En la Fig. 10 se muestran los esfuerzos de flexión en los dientes del segundo par de engranes. En ambos dientes es en la raíz donde hay concentración de esfuerzos siendo mayores en el piñón. En la rueda es menor, sin embargo, a diferencia de la primera etapa, estos esfuerzos están cercanos al valor máximo.

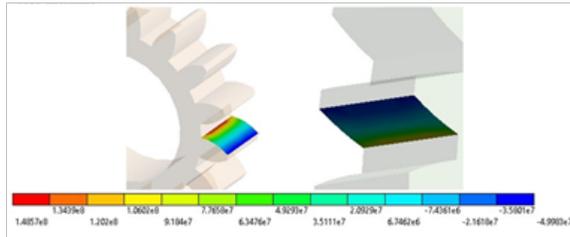


Fig. 10. Esfuerzos de flexión en el segundo par de engranes (Pa)

## Conclusiones

En este trabajo se presenta la integración de una metodología para el diseño optimizado de los engranes del reductor de un VTT categoría Baja SAE con el objetivo de hacerlos ligeros y resistentes a las cargas de operación. A través de la metodología propuesta se logró obtener un diseño con un peso total por los cuatro engranes de 2.54 kg, un esfuerzo máximo de 157 MPa y un factor de seguridad de 1.90 lo que hace al reductor seguro para operar. Se encontró que el módulo juega un papel importante a la hora de obtener los esfuerzos en los engranes debido a que con módulos bajos se reduce la superficie de la cara del engrane y la distribución de los esfuerzos abarca una mayor cantidad de superficie. El efecto de los esfuerzos de flexión en los dientes de los engranes se encuentran concentrados en la raíz mientras que bajo esfuerzos de contacto se presentan sobre la línea de contacto. La metodología propuesta reduce considerablemente el tiempo requerido para el diseño de engranes de reductores de velocidad obteniendo resultados confiables.

## Agradecimientos

Los autores agradecen a la Secretaría de Educación Pública de México a través del Programa para el Desarrollo Profesional Docente por el financiamiento brindado a este proyecto a través del convenio 511-6/18-9518.

## Referencias

- [1] American Gears Manufacturers Association. *Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gear teeth*, Virginia, USA: American Gears Manufacturers Association, 2004.
- [2] A. Pasta y G. Virzì, “Finite element method analysis of a spur gear with a corrected profile”, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 42, no. 5, pp. 281-292, July 2007.
- [3] S. Patil, et al, “Frictional tooth contact analysis along line of action of a spur gear using finite element method”, *Procedia Materials Science*, vol. 5, pp. 1801-1809, September 2014.
- [4] S. Li, “Finite element analyses for contact strength and bending strength of a pair of spur gears with machining errors, assembly errors and tooth modifications”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 42, no. 1, pp. 88-114, January 2007.
- [5] N. Pedersen, “Improving bending stress in spur gears using asymmetric gears and shape optimization”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 45, no. 11, pp. 1707-1720, November 2010.
- [6] D. Miler, D. Zezelj, A. Loncar y K. Vuckovik, “Multi-objective spur gear pair optimization focused on volume and efficiency”, *Mechanism and Machine Theory*, vol 125, pp. 185-195, July 2018.
- [7] V. Savsani, R. Rao y D. Vakharia, “Optimal weight design of a gear train using particle swarm optimization and simulated annealing algorithms”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 45, no. 3, pp. 531-541, March 2010.
- [8] J. Zhang, X. Qin, C. Xie, H. Chen y L. Jin, “Optimization design on dynamic load sharing performance for an in-wheel motor speed reducer based on genetic algorithm”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 122, pp. 132-147, April 2018

- [9] G. Fu, H. Huang, Y. Li y T. Jin, “Multi-objective design optimization for a two-stage transmission system under heavy load condition”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 122, pp. 308-325, April 2018.
- [10] R.G. Budinas y J.K. Nisbett. *Mechanical Engineering Design*, New York: Mc Graw Hill, 2006
- [11] Y. Murali y T. Sessaiah, “Spur gear optimization by using genetic algorithm”, *International Journal of Engineering Research and Applications*, vol. 2, no. 1, pp. 311-318, January 2012.
- [12] Q. Sun, Y. Sun y L Li, “Strength analysis and tooth shape optimization for involute gear with a few teeth”, *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 10, no. 1, pp. 1-11, January 2018.
- [13] P. Rai y A. G. Barman, “Design optimization of spur gear using SA and RCGA”, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 40, no. 5, pp. 1-8, May 2018.
- [14] S.P. Radzevich *Dudley's Handbook of Practical Gear Design and Manufacturing*, 3rd Ed. United State: CRC Press, 2016
- [15] Y. E. Hamzaoui y J. A. Hernández, “Application of Artificial Neural Networks to Predict the Selling Price in the Real Estate Valuation Process”, in 2011 10th Mexican International Conference on Artificial Intelligence, pp. 175-181, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2011.