

Secuencia didáctica para mejorar el pensamiento aleatorio de los estudiantes de noveno grado por medio de la ingeniería didáctica

Didactic sequence to improve the random thought of ninth graders through didactic engineering

^aDarwin Díaz-Arenas

^aMagister, ing.dadiare@gmail.com, Orcid: 0000-0002-5184-1809,
Docente investigador. Universidad Francisco de Paula Santander,
Cúcuta - Colombia

Recibido: Febrero 10 de 2019 Aceptado: Junio 15 de 2019.

Forma de citar: D. Díaz-Arenas, "Secuencia didáctica para mejorar el pensamiento aleatorio de los estudiantes de noveno grado por medio de la ingeniería didáctica", MundoFesc, vol. 9, no. 18, pp. 53-68, 2019

Resumen

Los resultados obtenidos durante los últimos años en el área de Matemáticas en las pruebas Saber en los diferentes grados han puesto en evidencia la presencia de dificultades conceptuales que impiden el correcto entendimiento de estos conceptos. Esta investigación se realiza con un grupo de 24 estudiantes de grado Noveno de una institución educativa pública ubicada en el municipio de Tibú Norte de Santander, con el fin de determinar el grado de apropiación de los conceptos asociados al Pensamiento Aleatorio. Se diseñaron y aplicaron tres secuencias didácticas amparadas en las Teorías de las Situaciones Didácticas y las Representaciones Semióticas, para posteriormente determinar su efecto en el proceso de aprendizaje, el cual evidenció mejores resultados en la competencia de Comunicación, pero las competencias de Razonamiento y Resolución de Problemas siguen evidenciando dificultades en los estudiantes, por lo que se concluye que el trabajo en el aula debe robustecerse con la implementación de secuencias didácticas con objetivos claros y que potencien estos dos procesos matemáticos.

Palabras Clave: Ingeniería didáctica, pensamiento aleatorio, secuencias didácticas, representaciones semióticas.

Abstract

The results obtained during the last years in the area of Mathematics in the Saber tests in the different grades have revealed the presence of conceptual difficulties that prevent the correct understanding of these concepts. This research is carried out with a group of 28 Ninth grade students from a public educational institution located in the municipality of Tibú Norte de Santander, in order to determine the degree of appropriation of the concepts associated with Random Thinking. Three didactic sequences covered in the Theories of Didactic Situations and Semiotic Representations were designed and applied, to later determine their effect on the learning process, which showed better results in the Communication competence, but the competences of Reasoning and Resolution of Problems continue to show difficulties in students, so it is concluded that work in the classroom should be strengthened with the implementation of teaching sequences with clear objectives and to enhance these two mathematical processes.

Keywords: Didactic engineering, random thinking, didactic sequences, semiotic representations.

Autor para correspondencia:

*Correo electrónico: ing.dadiare@gmail.com

Introducción

En Colombia, como en el resto del mundo, ha habido en los últimos años un enorme interés por el mejoramiento de la calidad de la educación en función de las demandas y necesidades de las sociedades actuales, que entre otros rasgos se caracterizan por el cambio vertiginoso de medios de producción y acceso a la información, pero también por la necesidad de aplicar todo el saber existente en beneficio de la humanidad en su conjunto (y no de unas pocas personas o naciones), respetar la diversidad cultural (en vez de uniformar a todos en una cultura única del consumo) y preservar el ambiente (que ha resultado ser mucho más vulnerable de lo que nadie imaginaba ante los errores de una actividad económica pseudoprogresista sin medida). Una educación nueva para un mundo nuevo. Una manera distinta de formar al individuo para su entorno, que es cambiante, global y complejo. Un enfoque ético necesario en esta formación si se quiere que los ecosistemas subsistan y que las desigualdades sociales en vez de aumentar, se abrevien.

Como consecuencia de lo anterior, desde hace varias décadas, tanto desde la perspectiva de las ciencias de la educación como de las propias sociedades, se considera insuficiente que para su educación un niño vaya a la escuela a “aprender” ciertos datos y procedimientos que se han considerado tradicionalmente como parte del bagaje de una persona más o menos culta: leer y escribir, dominar las reglas aritméticas básicas, memorizar las fechas que marcaron hitos en la historia del mundo y la nación, conocer los nombres de los países y sus capitales, numerar los departamentos y ríos de la país, conocer sobre las diversas teorías del origen del universo y de la raza humana... . . . en fin, todo aquello que ha constituido el currículo tradicional de las escuelas por años y décadas. Eso, como queda dicho, ya no es suficiente. Sin menosprecio de este tipo de saberes (cuya necesidad, por lo demás, sigue plenamente vigente) hay que añadir a la formación del individuo otros aspectos mucho más trascendentes, consistentes en el desarrollo de habilidades para gestionar esos y otros conocimientos en función de sus necesidades vitales, afectivas y sociales dentro y fuera (sobre todo fuera) de las instituciones educativas. Aquel viejo ideal de educar para la vida cobra hoy más que nunca valor, con la diferencia de que actualmente existe un potente sistema de conocimientos disciplinares, pero sobre todo

derivados de las investigaciones en las ciencias didácticas y pedagógicas, que permiten encauzar la educación por derroteros más efectivos.

En este sentido, han surgido desde las ciencias de la educación enfoques nuevos que han desplazado la apropiación del conocimiento mismo como finalidad de los procesos y en su lugar se ha entronizado la necesidad de formar a un sujeto autónomo que pueda enfrentar exitosamente las demandas propias del ciudadano del nuevo siglo y del nuevo milenio. Ya no se trata de que los estudiantes ‘aprendan’, sino de que sean capaces de ‘gestionar’ su propio aprendizaje de modo inteligente y autónomo, y que los saberes que adquieran les resulten útiles en la vida diaria (personal, social y profesional) para la resolución de problemas y dilemas de todo tipo, desde los de orden práctico y doméstico (por ejemplo, cómo administrar el presupuesto familiar) hasta los éticos y sociales de mayor hondura (como asumir posición ante injusticias y actos de discriminación, o los relacionados con la preservación del ambiente, avasallado por una producción industrial basada en intereses económicos cortoplacistas de potencias o grupos empresariales de mucho poder).

En ningún momento de la historia ha habido tanta posibilidad de acceso al conocimiento como hasta ahora. En esta época, incluso, puede decirse que existe un exceso de información, una sobreinformación que, en ocasiones, en vez de democratizar el saber, lo diluye en una masa uniforme de datos en la que se entremezclan conocimientos esenciales con cantidad de información superficial, vana e incluso falsa. En este sentido, la educación actual tiene una responsabilidad nueva y mayor: en vez de ofrecer información debe entrenar, capacitar al sujeto aprendiz para buscarla, seleccionarla críticamente, comprenderla y aplicarla de manera eficaz a sus necesidades personales y a las de la sociedad.

Volviendo al punto de la educación tradicional, y particularmente a lo concerniente a los contenidos, es preciso reconocer la validez y necesidad de una serie de saberes plenamente vigentes. La historia, por ejemplo, puede enseñarse con nuevos enfoques, pero los hechos del pasado y sus consecuencias siguen siendo materia necesaria de estudio si se quiere comprender la situación contemporánea de los pueblos y muchos aspectos de sus idiosincrasias. Así pasa con la biología, la música o la física. Desde luego es preciso renovar los temarios, actualizar el currículo, pero también

hay ciertos contenidos cuya estabilidad poco depende (o al menos son afectados de manera menos sensible) de los tiempos cambiantes.

Un caso particular es el de las Matemáticas, sobre todo las que se enseñan en los estadios iniciales y básicos de la educación general obligatoria en cualquier país. En efecto, las innovaciones sobre el conocimiento de los objetos matemáticos que se producen actualmente en el ámbito de la ciencia rara vez influyen directamente sobre la cualidad y características de los contenidos matemáticos escolares. Dicho de otro modo, los contenidos matemáticos en la escuela se han mantenido más o menos estables en mucho tiempo. Si acaso, se han añadido algunos temas, eliminado otros o transferidos algunos de un nivel educativo a otro en consideración de la información que se tiene actualmente sobre la madurez cognitiva de los estudiantes a ciertas edades.

En lo que sí ha habido abundantes cambios (y todavía tiene que haber más) es en el modo en que se concibe la enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles educativos, pero principalmente en los elementales. Ello se ha debido fundamentalmente a dos razones.

La primera, el gran desarrollo de las didácticas especiales que ha tenido lugar en las últimas décadas, que han revelado que el modo en que se aprenden los distintos saberes varía de acuerdo con los contenidos, pues normalmente implican procesamientos cognitivos diversos y supone la puesta en ejercicio de habilidades especializadas. La resolución de una ecuación, por ejemplo, no supone el empleo de los mismos procesos ni el desarrollo de las mismas habilidades cognitivas que el análisis literario de un cuento.

La segunda razón tiene que ver con la atención particular que se ha dedicado a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas tanto en función de su importancia en la formación escolar como, paradójicamente, por los altos índices de medianía y fracaso que exhiben con frecuencia los estudiantes.

El aprendizaje de las Matemáticas supone arduos esfuerzos cuyos resultados con frecuencia se muestran en paradójica desproporción. En efecto, a pesar de ser una asignatura en la que las instituciones, profesores y estudiantes invierten tiempo y esfuerzo, las calificaciones que acompañan las evaluaciones no resultan de las más altas.

En Colombia, se trata de un problema que afecta al sistema educativo en su conjunto, lo que se puede comprobar cuando se consultan los datos que ofrece la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) acerca de la aplicación de la prueba PISA en el país o los que suministra el Ministerio de Educación Nacional sobre las Pruebas Saber 3°, 5° y 9°, los Exámenes de Estado Saber 11°, Saber TyT y Saber Pro a través del ICFES.

En el año 2015, última fecha de la que se existen resultados publicados de la prueba PISA, Colombia ocupó entre los 72 países participantes la posición 55 en Lectura, el puesto 58 en Ciencias y el 62 en Matemáticas. Las puntuaciones en estas pruebas fueron respectivamente 425, 390 y 416. Es justo reconocer que esos puntajes elevan la media de aplicaciones en años anteriores, pero también hay que decir que el país se mantiene por debajo de las puntuaciones promedio de los países participantes en el estudio, cuyas puntuaciones fueron de 493 en Lectura, 490 en Ciencias y 493 (nótese que el promedio más bajo) en Matemáticas [1] y [2].

Los resultados de las pruebas Saber 3°, 5° y 9° de los tres últimos años en que se aplicaron (en 2018 no se administraron) fueron los siguientes:

- Tercero: 2015 = 295 puntos 2016 = 306 puntos 2017 = 298 puntos
- Quinto: 2015 = 291 puntos 2016 = 296 puntos 2017 = 289 puntos
- Noveno: 2015 = 283 puntos 2016 = 303 puntos 2017 = 296 puntos

Salvo por el noveno año en el 2016, ningún grupo supera los 300 puntos de un total de 500, que sería la calificación máxima.

Estos puntajes se interpretan mejor a la luz de los parámetros establecidos por el propio ICFES, que agrupa las calificaciones en niveles por rangos de puntuación:

- Entre 100 y 252 puntos = Nivel insuficiente
- Entre 252 y 344 puntos = Nivel mínimo
- Entre 345 y 423 puntos = Nivel satisfactorio
- Entre 424 y 500 puntos = Nivel avanzado.

De esta manera, los resultados, considerados en su conjunto, muestran que los escolares colombianos tienen en promedio un desempeño mínimo en competencias matemáticas.

La prueba Saber 11, por su parte, merece un comentario separado por cuanto constituye en la actualidad el único Examen de Estado de Colombia, de lo que deriva su relevancia. En la aplicación del 2017, los resultados en el área de Matemáticas arrojaron como promedio la cifra de 51,57 puntos sobre un máximo de 100 posibles [2]. Este valor es todavía más llamativo que el de las pruebas Saber de niveles inferiores, pues indica que en promedio los estudiantes están muy próximos al nivel de insuficiencia. En efecto, si se extrapolan los valores a una escala de 1 a 500 de las pruebas de los años 3°, 5° y 9° (esto es, multiplicando por 5 la cifra), obtenemos un valor de 258 que, aunque se halla todavía en el nivel de mínimos, apenas supera por seis puntos el nivel insuficiente.

Como se ha señalado con anterioridad, el bajo rendimiento académico en el área de Matemáticas entre escolares no es un problema exclusivo de Colombia, pero sí un escollo educativo importante característico de los países con menores índices de desarrollo. [3], entre otros autores citables, señalan que el bajo rendimiento de los estudiantes colombianos es equiparable al de sus pares latinoamericanos, que constantemente se halla por debajo de las calificaciones obtenidas por escolares de Asia Oriental y de los países industrializados que forman parte de OCDE.

Los factores que intervienen en estos bajos resultados son obviamente multidimensionales, y comprenden elementos tales como el contexto socio-afectivo y cultural del estudiante, sus condiciones ambientales y económicas, los niveles de motivación propia y la que recibe de su entorno escolar y extra clase, la formación e incentivos que posee el docente, las condiciones, medios y materiales con los que cuentan las instituciones educativas, las actitudes del estudiante frente a la asignatura, su nivel de compromiso en su propia formación, entre otros aspectos para mencionar sin ser exhaustivos [4].

Entre estos factores se ha dejado deliberadamente sin mencionar, puesto que por su relevancia para esta investigación forma parte de la exposición que sigue, lo atinente a las estrategias de enseñanza de las Matemáticas.

Las Matemáticas, en efecto, gozan de mala fama en el ámbito escolar, pues se las consideran materia de difícil comprensión y dominio, además de que constituyen un filtro para la promoción de los estudiantes a grados y niveles superiores. Al margen de la complejidad de las nociones disciplinares, parte de la leyenda negra que rodea a la asignatura tiene seguramente que ver con el modo en que se enseñan. En efecto, ante el grado de abstracción y el necesario desarrollo de un tipo de pensamiento específico que requiere su dominio, muchos profesores han optado por simplificar las cosas reduciendo la enseñanza a la resolución de problemas tipo, al margen de la comprensión de los procedimientos y de la utilidad última de dicha resolución. El profesor enseña a resolver problemas tipo y el estudiante aprende que poder replicar estos procesos supone la aprobación de la materia. La consecuencia más inmediata de esta manera de obrar es palpable a simple vista: los estudiantes aprenden mecánicamente el modo de resolver problemas prototípicos tal y como se les ha enseñado en clase, pero no son capaces de comprender la naturaleza de tales problemas y formas de solución y mucho menos extrapolar su aplicación a situaciones de la vida real de las personas [5]. Existe, pues, un divorcio casi absoluto entre conocimiento matemático y aplicabilidad de ese conocimiento a la realidad. Frente a la dificultad de desarrollar y potenciar el pensamiento matemático específico, se opta por una solución (replicar procesos) que en vez de soluciones trae problemas todavía mayores: incompreensión de la naturaleza de la disciplina, de su utilidad y encima, sentimientos de frustración, rechazo y aversión hacia las Matemáticas [6], que se prolonga en muchos estudiantes durante todo su recorrido académico y todavía fuera de los diversos escenarios de formación académica. Más todavía: en bastantes ocasiones, el fracaso y la deserción escolar encuentran entre sus causas la imposibilidad de algunos estudiantes para aprobar las Matemáticas [7] y [8].

Debido a su importancia tanto para la vida como para el curso de un programa académico, las autoridades en materia de educación han procurado en cada país favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas de un modo más asertivo. También es cierto que durante las últimas décadas ha habido un importante despliegue de investigaciones que han permitido comprender los procesos cognitivos que se operan en la mente de los sujetos cuando aprenden, y que estos mecanismos son distintos dependiendo de la naturaleza de los contenidos.

Se han identificado así distintos tipos de pensamientos y a la par, se ha desarrollado una cantidad ingente de recursos y métodos específicos para encarar la enseñanza específica. Este sin duda ha sido uno de los productos principales de las llamadas Didácticas Especiales de la Educación [9], [10] y [11]

Desde las instituciones internacionales y órganos de gobierno regionales, por otra parte, se es cada vez más consciente de la necesidad de reorientar el perfil de egreso de los distintos niveles educativos, principalmente de los niveles básicos y obligatorios en cada nación. Es el caso, por ejemplo, de la UNESCO, que ha recomendado a todas las naciones mediante la Comisión Internacional sobre la Educación para la Educación para el siglo XXI [12] concentrar la labor de las instituciones educativas en la formación de personas capacitadas para resolver dilemas prácticos, sociales y éticos en sus entornos específicos.

Si bien en otra época el interés estaba en el dominio de determinadas nociones básicas consideradas como esenciales en una persona medianamente culta, en la actualidad la transmisión de conocimiento ha cedido por completo a la formación de un sujeto provisto de las herramientas necesarias para enfrentar los problemas de la vida, grandes y pequeños, prácticos y éticos [13]. De ser el receptor de un caudal de conocimiento, el estudiante ha pasado a ser el sujeto de atención principal de los procesos, orientados a desarrollar en él capacidades para obtener y gestionar de manera autónoma los saberes necesarios para la resolución de las distintas situaciones vitales por las que atraviesa en el decurso de la existencia [14].

En este sentido, no se trata ya de la variación en el enfoque por parte de la administración pedagógica de los contenidos de las asignaturas del currículo. Se trata, en efecto, de un cambio absoluto en la perspectiva de los propósitos finales de la educación, que tienen que ver con la capacitación de las personas para ser felices, pero al mismo tiempo responsables tanto consigo mismas como con la sociedad de la que forman parte y el mundo cada vez más globalizado en el que ahora todos vivimos.

En el caso colombiano, ha habido durante el tiempo transcurrido de este nuevo siglo y milenio un interés gubernamental sostenido por asumir un modelo educativo cónsono con los nuevos desafíos sociales.

La vía que se ha elegido es la del modelo educativo por competencias, que según el Ministerio de Educación Nacional 2012 supone la necesidad de desarrollar destrezas en vez de transmitir contenidos. Aprender implica saber, claro que sí, pero también “saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo” (p. 50). En consecuencia, la noción de competencia está estrechamente ligada tanto al hacer como al comprender y la capacidad de discriminar la pertinencia del hacer en distintos escenarios y momentos. El cambio de paradigma decidido desde el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (en adelante MEN) hacia el modelo por competencias se ha cumplido de manera gradual: al principio en la Educación Básica, más tarde en la Media y más recientemente en la Superior.

En el caso de la Educación Básica, los principios que rigen este modelo educativo han sido recogidos por el MEN en Estándares para las Competencias en Matemáticas, Comunicación, Ciencias y Ciudadanía [15], que delinearón con nitidez suficiente aquello que los estudiantes idealmente deben saber y también lo que deben saber hacer con aquello que aprenden. En este sentido, los Lineamientos constituyen una referencia obligada para cualquier actividad ligada con la planificación y puesta en práctica de actividades pedagógicas y la evaluación de sus resultados. Por otra parte, este modelo contrasta categóricamente con el tradicional anterior, en cuyo vértice se hallan el docente y su actividad transmisora de conocimientos.

A pesar de este cambio de modelo desde el MEN y de la formación que han recibido desde su implementación tanto docentes como directivos, se siguen arrastrando prácticas antiguas, que se evidencian en que los resultados del rendimiento educativo no son todavía los esperados. Es cierto que progresan, es preciso reconocerlo, pero no a los niveles que se aspira.

Entre las causas del desempeño académico insuficiente de los estudiantes puede estar el desempeño del docente [16]. A pesar del cambio de modelo, numerosos docentes se siguen desempeñando de acuerdo con formas tradicionales de enseñanza, en las que prevalece su protagonismo en clases magistrales y de acuerdo con las cuales la evaluación es concebida como instrumento de control e incluso de castigo. Es necesario, pues, proponer soluciones alternativas para la práctica educativa,

entre las que se encuentra la sugerencia y ejercicio de nuevas estrategias didácticas que faciliten el desarrollo de competencias y destrezas en todos los ámbitos, incluido el matemático. El fortalecimiento de las competencias asociadas al área repercutiría a mediano plazo en los resultados de las pruebas estandarizadas de medición de la calidad de la educación y el rendimiento estudiantil.

Los adelantos que se han logrado en la didáctica especial de las Matemáticas, sin embargo, no han producido todos los resultados deseables en el rendimiento estudiantil. En efecto, el número de estudiantes reprobados o con calificaciones mediocres sigue dominando el escenario nacional y el de otros muchos países. Entre las causas probables de esta incongruencia entre esfuerzos y resultados se pueden mencionar eventuales insuficiencias en la formación matemática del docente de educación básica primaria, quien tiene la responsabilidad de orientar todas las asignaturas que comprenden el currículum con independencia de que posea suficiente experticia en todas ellas, e incluso que, por su propia experiencia negativa con alguna asignatura (en este caso concreto, las Matemáticas) haya desarrollado cierto grado de aversión hacia ella. Otra importante causa del bajo rendimiento en el área tiene que ver seguramente con la excesiva instrumentalización de los saberes matemáticos en el ámbito escolar, reducidos con demasiada frecuencia a una expresión netamente operativa, mecánica y repetitiva que limita considerablemente el correcto entendimiento de los conceptos. En el aula, efectivamente, se presenta con frecuencia al estudiante una serie de ejercicios cuya resolución supone la réplica instrumental de un procedimiento. Esta práctica garantiza respuestas correctas, pero rara vez comprensión de los procesos. Tal instrumentalización de las Matemáticas ha desfavorecido en los estudiantes la actitud crítica ante la resolución de actividades de evaluación y un escaso interés en el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, aspecto que se agudiza con la pérdida de sensibilidad ante el error frecuente que, por las mismas causas, exhiben los estudiantes al operar un ejercicio o problema.

La idea general que se tiene en el ámbito escolar acerca de las Matemáticas es que se trata de una asignatura difícil, que no se entiende, y cuya superación (asumida como promoción del estudiante al grado siguiente) rara vez implica la comprensión de los procesos.

Los estudiantes en general se dan por satisfechos si han tenido la suerte (cuando no han sido bendecidos con el milagro) de haber contestado más o menos acertadamente las preguntas de unos exámenes a lo largo de un periodo académico. A las Matemáticas se les teme, causan incomodidad y desasosiego, sólo por mencionar algunos elementos de una larga lista de adjetivos negativos. Y ello (además de la lúgubre fama que la acompaña por la cantidad de estudiantes reprobados que suele haber) se debe al hecho de que los estudiantes no encuentran, más allá de las operaciones aritméticas básicas, aplicaciones prácticas a la vida real. Los contenidos matemáticos, en efecto, aparecen en el imaginario estudiantil como una serie de operaciones enmarañadas e incomprensibles que no poseen ni la más remota conexión con la vida normal de las personas. Ello ha hecho que la meta inmediata (pero también final) de un número considerable de estudiantes consista en aprobar la asignatura. Nada más. La comprensión y aplicación de los contenidos matemáticos no entra por regla general entre las expectativas del estudiantado.

Ante este complicado panorama, en el que se entretejen causas múltiples, ha habido un interés particular por el desarrollo de modelos y estrategias de enseñanza de las Matemáticas que acerquen su comprensión y aplicabilidad. Sin embargo, el caso es que, como se ha dicho, los índices de rendimiento matemático suelen ser muy bajos en países como el nuestro. Basta con examinar los resultados de la aplicación de mediciones internacionales estandarizadas, como PISA, por ejemplo, o a nivel nacional, el de las pruebas Saber del Ministerio de Educación Nacional para corroborar que los resultados obtenidos por los estudiantes colombianos no solo se sitúan posiciones poco relevantes en el conjunto de los países participantes, sino que están por debajo de la media internacional, incluso en peldaños inferiores en los que se sitúan otras naciones del hemisferio con realidades socioeconómicas y culturales semejantes.

En este sentido, el Estado colombiano ha encarado los retos educativos de cara a la necesaria adecuación de los modelos educativos y el diseño y aplicación de estrategias de enseñanza que permitan formar los individuos que la sociedad colombiana demanda actualmente. Por tal motivo es menester reconocer los esfuerzos que se han realizado desde el Ministerio de Educación Nacional por renovar en su conjunto

ya no aspectos puntuales de la administración de ciertas asignaturas u otros elementos de manera aislada, sino mediante la institucionalización de un modelo educativo teóricamente sustentado que abarque todas las áreas y niveles. Se trata de la reforma educativa mayor que se ha producido en Colombia desde hace décadas, y que consiste en la adopción del modelo curricular por competencias como referente teórico y metodológico, al que se ha sumado posteriormente el diseño y delimitación de los estándares nacionales.

Las consideraciones que se han expuesto en los párrafos anteriores conducen a la reflexión de que a pesar de la importancia que se ha concedido en Colombia al tema de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, incluyendo el calado teórico en las instituciones, sigue siendo necesario profundizar más todavía en el modo de enseñar la disciplina en el ámbito escolar. Si bien es cierto que determinadas disposiciones y directrices de carácter general y normativo incumben directamente a los entes gubernamentales responsables de la administración de la educación, también lo es que cada espacio en el que se cumplen actividades formativas constituye, dentro de sus límites, un laboratorio abierto a la experimentación pedagógica y que, de hecho, muchas experiencias positivas que se instauran como políticas oficiales han surgido a partir de micro experiencias que han ganado respaldo y aceptación debido a su idoneidad probada. Dicho de otro modo, toda reforma en cualquier ámbito de la sociedad puede cumplirse en dos direcciones: por decisiones institucionales (esto es, desde arriba) o por iniciativas que se ponen en práctica en contextos concretos (es decir, desde abajo) y que, de ser exitosas, pueden permear otros ámbitos, incluyendo el institucional oficial.

Por lo expuesto, este trabajo tiene como propósito general, con la modestia de alcance que posee, proponer el empleo de un conjunto de estrategias didácticas destinadas al mejoramiento del rendimiento matemático de los estudiantes de Educación Básica en Colombia. A fin de acotar convenientemente la investigación de manera que sea efectivamente abarcable, se ha decidido trabajar con el grado Noveno de Secundaria. El contexto geográfico específico es el Departamento de Norte de Santander, región del Catatumbo, aunque se espera que los resultados sean extrapolables a la educación básica colombiana en su conjunto. De manera más concreta, la investigación tiene como propósito general identificar el nivel de apropiación y entendimiento

que poseen los estudiantes de grado Noveno sobre los conceptos matemáticos que se encuentran enunciados en los Estándares Curriculares de Matemáticas. Con el fin de poder abordar adecuadamente la problemática, de los cinco tipos de pensamiento matemático reconocidos en los Estándares (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) se ha escogido el aleatorio o probabilístico, que tiene que ver fundamentalmente con la búsqueda, recolección, representación y análisis de datos provenientes del mundo físico para la interpretación y evaluación crítica de la realidad, incluidos los contextos de carácter estocásticos. Otro elemento importante para potencializar las competencias de los estudiantes en el pensamiento aleatorio, atiende a que dada su transversalidad sus conceptos, sus medidas y sus formas de representar la información ayudan en la comunicación y la comprensión de otros saberes.

Una vez obtenida mediante aplicación de una prueba piloto la información acerca del dominio de las nociones matemáticas elegidas para el estudio, se propuso el diseño y aplicación de varias intervenciones pedagógicas que implementan y articulan diversos registros de representación semiótica de los saberes del Pensamiento Aleatorio y, de forma transversal, a los demás conceptos en otras áreas de formación. La intención de estas intervenciones consiste en la génesis de espacios de reflexión en los que se estimule el pensamiento crítico sobre la utilidad de las nociones matemáticas y los procedimientos para la resolución de problemas que permitan al estudiante desarrollar capacidad crítica en el manejo de diversos tipos de representación de información. Concluida esta intervención, se propone la administración de una prueba final cuyos resultados se cotejarán con los de la prueba diagnóstica inicialmente aplicada a fin de evaluar la pertinencia de la intervención pedagógica.

Desde una perspectiva más amplia, esta investigación se propone el diseño de secuencias didácticas por medio de las cuales se refuercen conceptos del pensamiento aleatorio (Estadística) que ayuden a mejorar los resultados de los estudiantes en las pruebas de estado. Conceptualmente, la investigación se inserta dentro de la Teoría de las Situaciones Didácticas, concretamente, en los estudios de Ingeniería Didáctica, destinados al diseño y evaluación de intervenciones educativas cuya intención es la obtención de recursos basados en la investigación para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Desde el punto de vista metodológico, se trata de un estudio longitudinal cuyo núcleo consiste en la implementación de unas determinadas secuencias didácticas antes y después de la cual se aplica un instrumento de evaluación (diagnóstico y final). Las calificaciones obtenidas en cada prueba fueron contrastadas y validadas mediante una prueba de hipótesis de diferencia de medias para muestras pareadas. El instrumento de evaluación ha sido diseñado según la normativa actual propuesta por el Ministerio de Educación Nacional y validado por juicio de expertos, dado que no es posible implementar una escala Likert.

Materiales y métodos

La realización de la presente investigación se estructuró secuencialmente, se partió de una necesidad educativa la cual dio origen al planteamiento y formulación del problema, permitiendo tener claridad en cuanto a los alcances, las limitaciones y la justificación. Posteriormente se orientaron las pesquisas bibliográficas y la definición del marco teórico.

A partir de lo consultado, se identificaron las variables de interés las cuales después de un proceso de operacionalización dieron origen al instrumento a utilizar enmarcado dentro de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas definidos por el MEN. La prueba de conocimientos fue acreditada por juicio de expertos como principal criterio de validación ya que por la finalidad perseguida el instrumento no se ajusta a respuestas cerradas, luego no permitía la aplicación de pruebas de validez y confiabilidad tradicionales, como lo es el estadístico Alfa de Cronbach que se aplican sólo con la presencia de escalas Likert.

Una vez se contó con el aval de los expertos, se procedió a aplicar a la misma población de estudiantes el instrumento en dos instantes diferentes de tiempo, con un lapso de tiempo de al menos tres semanas entre cada medición, tiempo en el cual se implementaron las secuencias didácticas, fundamentadas en potencias los procesos matemáticos de Comunicación, Razonamiento y Resolución de Problemas tal como se visibiliza en las matrices de referencia emanadas por el MEN.

Los datos recolectados fueron analizados ítem a ítem con el fin de registrar de forma objetiva lo realizado por los estudiantes en cada medición. Finalmente, para cumplir con el objetivo

de verificar el efecto de las secuencias didácticas, se proporcionó una calificación a cada medición y con ellas se aplicaron procesos estadísticos que permitieron validar el sistema de hipótesis a la luz del instrumento utilizado y de las características propias de la población analizada.

Variables. A partir de la revisión de antecedentes investigativos, de los referentes teóricos analizados y de las características propias de la población objeto de estudio, se identificó las variables que están directamente relacionadas con los objetivos de esta investigación:

- **Variable Dependiente:** Nivel de apropiación y entendimiento que poseen los estudiantes de la muestra respecto a los estándares asociados al Pensamiento Aleatorio.

- **Variable Independiente:** Las secuencias didácticas enmarcadas dentro de la metodología llamada Ingeniería Didáctica, que se apoyan en las teorías de las situaciones didácticas y de las representaciones semióticas.

Sistema de hipótesis. Para alcanzar los fines que persigue esta investigación, resulta conveniente validar el siguiente sistema de hipótesis, dónde la hipótesis nula sugiere que al implementar las secuencias didácticas se mantiene igual o no mejora el rendimiento académico de las competencias matemáticas alrededor del Pensamiento Aleatorio en los estudiantes de Noveno grado de la Institución Educativa Colegio Francisco José de Caldas; mientras que la hipótesis alterna sugiere que con la implementación de las secuencias si hay mejoras en el rendimiento académico de los estudiantes.

Población y muestra. La población queda delimitada por el problema y por los objetivos trazados, luego corresponde a la totalidad de estudiantes matriculados para el año 2019 en la Institución Educativa Colegio Francisco José de Caldas. La muestra es un subconjunto representativo y finito que se extrae de la población accesible, luego con el fin de cumplir los objetivos propuestos en esta investigación se recurre al muestreo no probabilístico bajo la técnica de selección por conveniencia para la recolección de datos ya que se concentraba en los estudiantes de grado Noveno.

Procedimiento realizado. El proceso de investigación adelantado se fundamentó en la metodología denominada Ingeniería Didáctica, la cual define cuatro etapas que se mencionaran muy brevemente.

Etapa de Análisis Preliminar. Corresponde a la recopilación de datos que permitan establecer la procedencia del problema para facilitar su comprensión. En ella se analiza el origen epistemológico del concepto, para luego revisar las características de las dinámicas de enseñanza del mismo en el aula y las concepciones que se derivan de dicha enseñanza. Esta etapa se consolidó con la aplicación del test de conocimientos a los estudiantes integrantes de la muestra.

Etapa de Análisis a Priori. En esta fase se describe y predice lo que el estudiante va a realizar en la experimentación. Estas predicciones no surge de la nada, se fundamentan en alguna corriente pedagógica, por ejemplo: teoría de las situaciones didácticas, teoría constructivista, teoría de las representaciones semióticas, teoría crítica matemática, entre otras; con el fin de generar Secuencias Didácticas asociadas al tema en estudio, con las que se pretende controlar los comportamientos de los estudiantes e intentar resolver situaciones de dificultad conceptual o procedimental. Esta etapa se evidencia en la investigación en el proceso de diseño y validación de las tres secuencias didácticas creadas.

Etapa de Experimentación. Está asociada con el trabajo de campo, puesto que es en esta etapa del proceso dónde se tiene contacto con el estudiante y con sus concepciones. Es importante en esta etapa que el investigador no sólo se limite a las respuestas que proporciona el estudiante, sino que identifique aquellos aspectos que presentan mayor dificultad, las características de las dudas y demás aspectos que puedan propender por el mejoramiento del proceso de enseñanza. Esta fase se cumplió en el transcurso de tres semanas, período de tiempo en el que se aplicaron las secuencias didácticas.

Etapa de Evaluación y Análisis a Posteriori. Se apoya en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación tales como observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, producciones de los estudiantes dentro o fuera del aula, entre otras; para finalmente confrontar los resultados de los dos análisis, el a priori y a posteriori. Esta fase se cumple al momento que se pretende determinar el efecto de la implementación de las secuencias didácticas, que se apoya en una exploración descriptiva de los resultados para luego ratificar las conclusiones mediante la validación del sistema de hipótesis.

Instrumentos utilizados. Para la recolección de los datos se recurre al diseño e implementación de dos tipos de instrumentos:

Prueba de conocimiento. Este instrumento se aplica en dos momentos de la investigación y tiene por objetivo determinar el nivel de dominio que poseen los estudiantes de las competencias matemáticas asociadas al pensamiento aleatorio. La prueba se compone de varios ítems, los cuales se focalizan principalmente en la resolución de situaciones cotidianas expresadas en lenguaje natural que en algunos casos se apoya de una representación gráfica, tabular o diagrama de barras, para posteriormente dar respuesta a una serie de cuestionamientos orientados al desarrollo de los procesos de comunicación, razonamiento y resolución de problemas. La selección de las situaciones atiende a los diversos criterios definidos en la denominada Matriz de Referencia, que es un documento emanado del MEN y que pretende proporcionar orientaciones al docente sobre el trabajo en el aula.

Secuencias didácticas. Al modelo pedagógico de Escuela Nueva que es el desarrollado en la sede dónde se realizó la investigación, se realizó un proceso de modificación en la cual se diseñaron tres secuencias didácticas, las cuales se apoyaron en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau y en la Teoría de las Representaciones Semióticas de Duval para el diseño de las diversas actividades. La dinámica de aplicación de las secuencias incorpora una fase de trabajo cooperativo en el que se pretende que el estudiante formule todas sus dudas e inicialmente, estas sean atendidas con su equipo de trabajo hasta asumir una postura como grupo, la cual al momento de la plenaria sea concertada con toda la clase y así intentar construir el conocimiento de aula.

Técnicas de análisis de datos. Para el procesamiento de datos se recurre al uso del software Excel que sin ser un software estadístico si incorpora dentro de sus funciones algunas herramientas estadísticas, que resultan suficientemente útiles para alcanzar los objetivos propuestos en esta investigación. Se adopta un enfoque descriptivo que se complementa con algunos comentarios y observaciones que realizaron los investigadores en la medida que se daban los espacios de intervención pedagógica.

Para determinar estadísticamente los posibles efectos que proporciona la intervención pedagógica en el proceso de aprendizaje, se recurre a generar una calificación de la prueba de conocimientos, en una escala de cero (0) a setenta (70) puntos en cada momento de medición (Pre-test y Pos-test). El instrumento está diseñado para que el estudiante proponga, argumente y razone sus respuestas. De esta forma se logra obtener información valiosa que complementa los datos numéricos.

Resultados y discusión

La investigación se desarrolló en el contexto de la Institución Educativa Colegio Francisco José de Caldas de Tibú Norte de Santander, seleccionando como muestra los estudiantes del grado Noveno. Conformada por 24 estudiantes con edades que oscilan entre 13 y 15 años, de los cuales el 52% son de género masculino, en donde uno presenta procedencia del Pueblo Motilón Barí. Todos son oriundos de la región y su condición económica los ubica en los estratos 0, 1 y 2. El 88% de ellos viven en zona urbana y sólo un 12% en zona rural, éstos últimos obtienen agua por medio nacientes, dado que el alcantarillado se da mediante el uso de pozos sépticos, además de esto, el flujo eléctrico lo tienen de manera irregular puesto que la empresa no les garantiza la conectividad total.

En cuanto a las características del hogar, el 80% de ellos viven con sus dos padres en familias con al menos dos hijos y máximo cinco. Se puede afirmar que las actividades que desempeñan los padres son diversas, por ejemplo,

los hombres se dedican a la ganadería, cultivos ilícitos o en su mayoría a actividades comerciales tales como venta de víveres, calzado, comida rápida, electrodomésticos, entre otros. Por otra parte, las mujeres comúnmente se dedican a la supervisión y cuidado de las actividades generadas en un hogar; mientras que otras se desarrollan como empleadas y administradores en almacenes de diversos ámbitos.

El 20% de los estudiantes se sitúan en familias las cuales están conformadas con uno de los padres biológicos y la pareja actual. Estas familias se caracterizan por ser muy numerosas puesto que tienen hijos de cada relación llegando a conformar familias de al menos 6 miembros. Las actividades económicas que desarrollan se concentran en atender las necesidades del sector comercial, en actividades de cocina o explotación. Un pequeño grupo se dedica a actividades agrícolas, laborando en tierras que han heredado de sus padres y con un uso poco tecnificado.

De forma complementaria se puede resaltar que más del 66% de ellos están vinculados al programa de Familias en Acción, por su condición de Víctimas de la Violencia puesto que han sido desplazados del conflicto armado que afecta esta región del país.

Las siguientes tablas visualiza el porcentaje de dificultad derivado del diagnóstico encontrado en los integrantes de la muestra en términos de los conceptos mencionados en la matriz de referencia.

Tabla I. Porcentaje de dificultad derivado en la competencia de comunicación

Competencia	Aprendizaje	Evidencias	% de error
Comunicación	Reconocer la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicitar sus diferencias en distribuciones diferentes	Reconocer medidas de tendencia central en un conjunto de datos	16%
		Explicitar diferencias entre las medidas de tendencia central en una distribución de datos	60%
	Comparar, usar e interpretar datos que provienen de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos	Interpretar informaciones presentadas en tablas y gráficas	52%
		Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de números (tablas y/o gráficas)	92%
	Reconocer la posibilidad o la imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno	Comparar e interpretar datos provenientes de diversas fuentes	96%
		Identificar la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento según las condiciones del contexto establecido	68%
	Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	Identificar formas de representación pertinentes a la situación a partir de un conjunto de datos	40%
		Traducir entre diferentes formas de representación de datos	40%
		Reconocer la escala adecuada a un conjunto de datos	40%
Seleccionar la información relevante a partir de una representación de un conjunto de datos		40%	
% Promedio			54%

En la competencia de la Comunicación como proceso matemático, se pudo determinar que la evidencia de aprendizaje reconocer medidas de tendencia central en un conjunto de datos, presentó mayor fortaleza en los estudiantes.

Tabla II. Porcentaje de dificultad derivado en la competencia de Razonamiento

Competencia	Aprendizaje	Evidencias	% de error
Razonamiento	Establecer conjeturas y verificar hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad	Verificar hipótesis a partir de los resultados en un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad	88%
		Comparar el grado de probabilidad de dos o más eventos de un mismo espacio muestral, a partir de sus valores de probabilidad	40%
	Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística	Establecer conjeturas acerca de tendencias o relaciones identificadas en conjuntos de datos usando aproximaciones o métodos de ajuste	56%
		Formular conjeturas sobre el comportamiento de una población de acuerdo con los resultados relativos a una muestra de la misma	88%
	Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de un evento simple	Reconocer regularidades en fenómenos y eventos aleatorios	100%
		Reconocer la técnica de conteo adecuada para determinar la probabilidad de un evento aleatorio	100%
		Utilizar informaciones diversas para asignar probabilidades a los eventos simples	100%
	Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio	Determinar e interpretar la frecuencia y probabilidad de fenómenos aleatorios de forma empírica o como resultado de recuentos	100%
		Utilizar diagramas de árbol para determinar la probabilidad de eventos simples	100%
	Fundamentar conclusiones utilizando conceptos de medidas de tendencia central	Interpretar la probabilidad de un evento simple a partir de su representación como razón o porcentaje	100%
		Proponer y justificar conclusiones conocidas la media aritmética, la moda o la mediana de un conjunto de datos	100%
		Interpretar el significado de las medidas de tendencia central de acuerdo al contexto	100%
Reconocer relaciones y tendencias, conocidas la media aritmética, la moda o la mediana de un conjunto de datos			100%
% Promedio			90%

Como se puede observar en la tabla anterior, comparar el grado de probabilidad de dos o más eventos de un mismo espacio muestral, a partir de sus valores de probabilidad, resultó ser la evidencia de aprendizaje dentro de la competencia de Razonamiento que presentaron menor porcentaje de dificultades en los integrantes de la muestra.

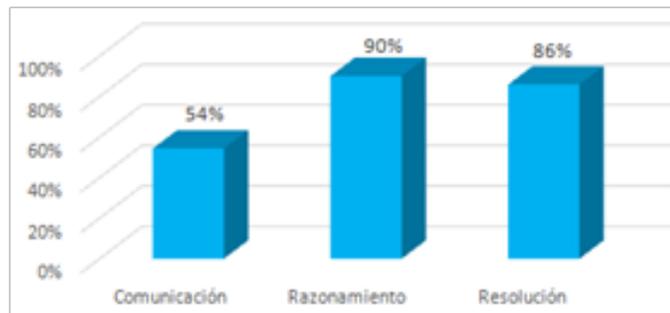


Fig. 1. Comparativo del nivel de dificultades promedio presentado en las competencias evaluadas

Con lo mencionado hasta el momento, se puede concluir que de los tres procesos matemáticos evaluados en las pruebas SABER para el grado Noveno el Razonamiento y la Resolución de problemas ha presentado mayor dificultad entre los integrantes de la muestra analizada, con un nivel de dificultad que oscila entre el 50% y el 90%.

Finalizado el proceso de implementación de las secuencias didácticas, se les suministró a los estudiantes el test de conocimientos a la clase siguiente sin avisarles que había evaluación, es decir, los estudiantes presentaron la prueba con las habilidades que desarrollaron durante la intervención pedagógica. Para comprobar si se dio mejoras en el proceso de aprendizaje en los estudiantes, se realizan los siguientes análisis.

Tabla IV. Porcentaje de de mejora en el proceso de aprendizaje en competencia de Comunicación

Competencia	Aprendizaje	Evidencias	% de error Pre-test	% de error Pos-test
Comunicación	Reconocer la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicitar sus diferencias en distribuciones diferentes	Reconocer medidas de tendencia central en un conjunto de datos	16%	0%
		Explicitar diferencias entre las medidas de tendencia central en una distribución de datos	60%	68%
	Comparar, usar e interpretar datos que provienen de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos	Interpretar informaciones presentadas en tablas y gráficas	52%	16%
		Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de números (tablas y/o gráficas)	92%	44%
		Comparar e interpretar datos provenientes de diversas fuentes	96%	48%
	Reconocer la posibilidad o la imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno	Identificar la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento según las condiciones del contexto establecido	68%	32%
	Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	Identificar formas de representación pertinentes a la situación a partir de un conjunto de datos	40%	32%
		Traducir entre diferentes formas de representación de datos	40%	32%
		Reconocer la escala adecuada a un conjunto de datos	40%	56%
		Seleccionar la información relevante a partir de una representación de un conjunto de datos	40%	32%
% Promedio			54%	36%

Al comparar el porcentaje de dificultades en la competencia de Comunicación entre las dos mediciones realizadas, se pudo observar que el promedio general se redujo en un 18% en el pos-test. Se destaca que las evidencias de aprendizaje definidas como comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de números y comparar e interpretar datos provenientes de diversas fuentes, presentan reducción en los desaciertos del 48% simultáneamente. De forma complementaria, en la evidencia de aprendizaje denominada reconocer la escala adecuada a un conjunto de datos, después de la intervención pedagógica evidenció un efecto negativo reflejado en el aumento del porcentaje de dificultad en los estudiantes.

Tabla V. Porcentaje de de mejora en el proceso de aprendizaje en competencia de Razonamiento

Competencia	Aprendizaje	Evidencias	% de error Pre-test	% de error Pos-test
Comunicación	Reconocer la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicitar sus diferencias en distribuciones diferentes	Reconocer medidas de tendencia central en un conjunto de datos	16%	0%
		Explicitar diferencias entre las medidas de tendencia central en una distribución de datos	60%	68%
	Comparar, usar e interpretar datos que provienen de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos	Interpretar informaciones presentadas en tablas y gráficas	52%	16%
		Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de números (tablas y/o gráficas)	92%	44%
		Comparar e interpretar datos provenientes de diversas fuentes	96%	48%
	Reconocer la posibilidad o la imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno	Identificar la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento según las condiciones del contexto establecido	68%	32%
	Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	Identificar formas de representación pertinentes a la situación a partir de un conjunto de datos	40%	32%
		Traducir entre diferentes formas de representación de datos	40%	32%
		Reconocer la escala adecuada a un conjunto de datos	40%	56%
		Seleccionar la información relevante a partir de una representación de un conjunto de datos	40%	32%
% Promedio			54%	36%

Al comparar el porcentaje de dificultades en la competencia de Comunicación entre las dos mediciones realizadas, se pudo observar que el promedio general se redujo en un 18% en el pos-test. Se destaca que las evidencias de aprendizaje definidas como comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de números y comparar e interpretar datos provenientes de diversas fuentes, presentan reducción en los desaciertos del 48% simultáneamente. De forma complementaria, en la evidencia de aprendizaje denominada reconocer la escala adecuada a un conjunto de datos, después de la intervención pedagógica evidenció un efecto negativo reflejado en el aumento del porcentaje de dificultad en los estudiantes.

Tabla V. Porcentaje de de mejora en el proceso de aprendizaje en competencia de Razonamiento

Competencia	Aprendizaje	Evidencias	% de error Pre-test	% de error Pos-test
Razonamiento	Establecer conjeturas y verificar hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad	Verificar hipótesis a partir de los resultados en un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad	88%	64%
		Comparar el grado de probabilidad de dos o más eventos de un mismo espacio muestral, a partir de sus valores de probabilidad	40%	12%
	Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística	Establecer conjeturas acerca de tendencias o relaciones identificadas en conjuntos de datos usando aproximaciones o métodos de ajuste	56%	20%
		Formular conjeturas sobre el comportamiento de una población de acuerdo con los resultados relativos a una muestra de la misma	88%	92%
	Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de un evento simple	Reconocer regularidades en fenómenos y eventos aleatorios	100%	96%
		Reconocer la técnica de conteo adecuada para determinar la probabilidad de un evento aleatorio	100%	100%
		Utilizar informaciones diversas para asignar probabilidades a los eventos simples	100%	100%
	Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio	Determinar e interpretar la frecuencia y probabilidad de fenómenos aleatorios de forma empírica o como resultado de recuentos	100%	92%
		Utilizar diagramas de árbol para determinar la probabilidad de eventos simples	100%	92%
		Interpretar la probabilidad de un evento simple a partir de su representación como razón o porcentaje	100%	96%
	Fundamentar conclusiones utilizando conceptos de medidas de tendencia central	Proponer y justificar conclusiones conocidas la media aritmética, la moda o la mediana de un conjunto de datos	100%	88%
		Interpretar el significado de las medidas de tendencia central de acuerdo al contexto	100%	92%
Reconocer relaciones y tendencias, conocidas la media aritmética, la moda o la mediana de un conjunto de datos		100%	100%	
% Promedio			90%	80%

Al comparar el porcentaje de dificultades en la competencia de Razonamiento entre las dos mediciones realizadas, se puede observar que el promedio general se redujo en un 10% en el pos-test. Se destaca una reducción del 36% en la evidencia de aprendizaje establecer conjeturas acerca de tendencias o relaciones identificadas en conjuntos de datos usando aproximaciones o métodos de ajuste. Se resalta que en la evidencia que tenía por objetivo formular conjeturas sobre el comportamiento de una población de acuerdo con los resultados relativos a una muestra de la misma, empeoró después de la intervención pedagógica.

Tabla VI. Porcentaje de mejora en el proceso de aprendizaje en competencia de Resolución

Competencia	Aprendizaje	Evidencias	% de error Pre-test	% de error Pos-test
Resolución	Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	Resolver problemas que requieran el cálculo e interpretación de medidas de tendencia central de un conjunto de datos	100%	92%
	Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagramas circulares	Usar informaciones presentadas en tablas y gráficas para solucionar problemas en contextos cotidianos o de otras áreas	36%	32%
		Proponer preguntas o problemas a partir de la interpretación de la gráfica o la tabla que representa un conjunto de datos	84%	68%
	Resolver y formular problemas en diferentes contextos, que requieran hacer inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes	Hacer inferencias simples a partir de información estadística de distintas fuentes	76%	32%
		Resolver problemas de las ciencias sociales o naturales a partir del análisis de información estadística	100%	88%
	Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad	Resolver problemas de las ciencias sociales o naturales usando conceptos básicos de probabilidad	100%	60%
		Formular y comprobar conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos científicos aleatorios sencillos	96%	68%
Utilizar técnicas de conteo adecuadas para resolver problemas de probabilidad en contextos de las ciencias naturales o sociales		96%	40%	
% Promedio			86%	60%

Al comparar el porcentaje de dificultades en la competencia de Resolución de problemas entre las dos mediciones realizadas, se puede observar que el promedio general se redujo en un 26% en el pos-test. Se destaca una reducción del 56% en la evidencia de aprendizaje utilizar técnicas de conteo adecuadas para resolver problemas de probabilidad en contextos de las Ciencias Naturales o Sociales; en contraste con la evidencia de aprendizaje usar informaciones presentadas en tablas y gráficas para solucionar problemas en contextos cotidianos o de otras áreas, cuya diferencia porcentual fue del 4%.

Como conclusión se puede observar en el gráfico de líneas que el porcentaje promedio de dificultad en el Pos-test se redujo en comparación con el Pre-test, principalmente en las competencias de Comunicación y de Resolución de problemas. Esta situación llevaría a pensar que la intervención pedagógica produjo un efecto positivo en el entendimiento del Pensamiento Aleatorio. Hay que resaltar que la competencia de Razonamiento es la que propicia mayor dificultad en los estudiantes.

Con el fin de recolectar evidencia estadística de lo que aparentemente se observó en el aula y en los resultados obtenidos en las mediciones, se realizó el proceso de validación del sistema de hipótesis bajo la técnica de diferencia de medias para muestras pareadas dado que se realizaron dos

mediciones en momentos diferentes a la misma muestra de estudiantes.

Los insumos para la realización del análisis estadístico fueron las calificaciones obtenidas por los estudiantes en cada una de las mediciones. Dicha información ha sido tabulada y procesada con el fin de obtener un valor para el estadístico t.

Un estadístico de prueba es una variable aleatoria que se calcula a partir de datos de muestra y se utiliza en una prueba de hipótesis. En este caso se utilizó el estadístico de prueba para determinar si se debe aceptar o rechazar la hipótesis nula. El estadístico de prueba compara sus datos con lo que se espera bajo la hipótesis nula. En este caso se están buscando evidencias para validar la hipótesis nula que afirma que al implementar las secuencias didácticas no se mejora el rendimiento académico de las competencias matemáticas alrededor del Pensamiento Aleatorio en los estudiantes de Noveno grado de la Institución Educativa Colegio Francisco José de Caldas.

Al obtener un valor estadístico de prueba de 6.56, se trabaja con un nivel de confianza del 95% y nivel de significancia con valor alfa de $\alpha = 5\% \approx 0.05$. Dado el enunciado de la hipótesis nula, la prueba de hipótesis tiene dicho valor de alfa concentrado en la cola izquierda. Debido a que el tamaño de la muestra es menor a 30 se asume que el estadístico de prueba se obtiene de la tabla de Distribución

T-Student, ubicando el nivel de significancia asociado a un tamaño de muestra de $n-1 = 24$ con el fin de determinar el valor crítico que determina las zonas de aceptación y rechazo.

Dado que el estadístico de prueba calculado con los datos de los estudiantes fue de $t_{\text{calculado}} = 6.56$ es mayor que el valor crítico que corresponde a $t_{\text{valor}} = 1.71$, se llega a la conclusión que cae en la zona de rechazo o lo que es equivalente a afirmar que, con base en la información obtenida de la muestra no existe evidencia suficiente para aceptar la hipótesis nula, es decir, que tras la aplicación de las diversas secuencias didácticas, se logró garantizar la obtención de mejores resultados en la prueba de conocimientos matemáticos alrededor de los conceptos del Pensamiento Aleatorio, con un nivel de confianza del 95%.

Conclusiones

En lo que respecta a establecer el nivel de apropiación que poseen los estudiantes de grado Noveno de la Institución Educativa Colegio Francisco José de Caldas sobre los conceptos matemáticos correspondientes al Pensamiento Aleatorio fijados por los Estándares Curriculares en Matemáticas; se pudo identificar a partir de los resultados obtenidos en la prueba de conocimientos que existía diversidad de dificultades cognitivas en al menos el 54% de los estudiantes integrantes de la muestra en los tres procesos matemáticos considerados en las pruebas Saber, con especial énfasis en la utilización de diversos métodos y estrategias para calcular la probabilidad de un evento simple, el uso de modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento y fundamentar conclusiones utilizando los conceptos de las medidas de tendencia central en el proceso de Razonamiento. En cuanto al proceso de Resolución de problemas se evidenciaron dificultades en la resolución y formulación de problemas en diferentes contextos que requieren hacer inferencias a partir de un conjunto de datos provenientes de diversas fuentes, así como el plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad, principalmente.

En lo que respecta a diseñar una intervención pedagógica destinada al desarrollo de las competencias matemáticas asociadas al Pensamiento Aleatorio fijadas por los Estándares Curriculares para grado Noveno en la Institución Educativa Colegio Francisco José de Caldas;

se construyeron tres secuencias didácticas las cuales se articularon de forma coherente con los procesos matemáticos y los conceptos del pensamiento aleatorio para este grado. En la realización de las mismas se incorporaron diversos registros de representación con la intención de potencializar la interpretación de datos, para luego sugerir una serie de cuestionamientos que demandaban de los estudiantes la aplicación de razonamientos, transformaciones entre registros de representación, el cálculo de probabilidades, así como el uso de diversas técnicas de conteo para la obtención de resultados y la contextualización de ellos a la luz de las situaciones propuestas.

En lo pertinente a evaluar la intervención pedagógica implementada para el desarrollo de las competencias matemáticas asociadas al Pensamiento Aleatorio fijadas por los Estándares Curriculares para grado Noveno en la Institución Educativa Colegio Francisco José de Caldas; se puede observar que el porcentaje promedio de dificultad en el Pos-test se redujo en comparación con el Pre-test, principalmente en los procesos de Comunicación y de Resolución de problemas. Esta situación llevaría a pensar que la intervención pedagógica produjo un efecto positivo en el entendimiento de algunos conceptos del Pensamiento Aleatorio. Hay que resaltar que la competencia de Razonamiento es la que propicia mayor dificultad en los estudiantes posiblemente debido a que demanda del entendimiento de conceptos de probabilidad y medidas de tendencia central para poder formular conjeturas o validar inferencias. De forma complementaria y apoyado en conceptos de estadística inferencial, se logró validar un sistema de hipótesis para diferencia de medias pareadas, que permitió concluir que tras la aplicación de las diversas secuencias didácticas se logró garantizar la obtención de mejores resultados en la prueba de conocimientos matemáticos alrededor de los conceptos del Pensamiento Aleatorio con un nivel de confianza del 95%.

Finalmente, se debe destacar que a pesar de obtener resultados significativamente mejores en el Pos-test en comparación con el Pre-test, persiste la presencia de dificultades en los estudiantes especialmente en los procesos de Razonamiento y Resolución de problemas, demostrando que estos procesos matemáticos se desarrollan en la medida que se trabajan a diario.

Referencias

- [1] OCDE. *PISA 2015 Resultados Clave*. OCDE, 2016.
- [2] Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES *Informe Nacional de Resultados del Examen Saber 11 de 2014-2, 2016-2*. 2017. [En línea]. Disponible en: file:///C:/Users/camilo%2026/Downloads/Informe%20nacional%20de%20resultados%20del%20examen%20saber%2011%20-%202014-2%20-%202016-2.pdf
- [3] G. Valverde y E. Näslund-Hadley. *La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe*. Banco Interamericano de Desarrollo (BID). 2010. [En línea]. Disponible en: file:///C:/Users/camilo%2026/Downloads/bidciencias.pdf
- [4] E. Velez, E. Schiefelbein, y J. Valenzuela. Factores que Afectan el Rendimiento Académico en la Educación Primaria. *Revista latinoamericana de Innovaciones Educativas*, no. 17, 1994.
- [5] R. Prada , C. Hernández, y L. Jaimes. Representación semiótica de la noción de función: concepciones de los estudiantes que transitan del Colegio a la Universidad. *Panorama*, vol 11, no. 20, pp. 34-44, 2017.
- [6] N. Solano, R. Prada y R. Fernández, Beliefs towards Mathematics in Elementary Education Teachers. *Journal of Research in Science, Mathematics and Technology Education*, vol. 1, no. 3, pp. 329- 345, 2018.
- [7] M. Hernández-Pozo, N. Ramírez-Guerrero, S. López-Cárdenas, y D. Macías-Martínez, Relación entre ansiedad, desempeño y riesgo de deserción en aspirantes a bachillerato. *Psychologia: Avances de la Disciplina*, vol. 9, no. 1, pp. 45-57, 2015.
- [8] P. Rivas,. La educación matemática como factor de deserción escolar y exclusión social. *Educere*, vol. 9, no. 29, pp. 165-170, 2005
- [9] J. López, *Conocimiento docente y práctica educativa: El cambio hacia una enseñanza centrada en el aprendizaje*. 1ra. Ed. Archidona, España: Aljibe, S.L. 1999.
- [10] J. Reverte , A. Gallego, R. Molina y R. Satorre-Cuerda. *El Aprendizaje Basado en Proyectos como modelo docente. Experiencia interdisciplinar y herramientas Groupware. XIII Jornadas de Enseñanza Universitaria de la Informática* libro de actas. Madrid: Thomson Paraninfo, 2007.
- [11] D. Rychen y L. Salganik. *Un modelo holístico de competencias*. En *Las competencias clave para el bienestar personal, económico y social*. Málaga: Aljibe, 2006.
- [12] J. Delors, R. Carneiro, F.Chung, B. Geremek, W. Gorham, A. Kornhauser y Z. Nanzhao, Z. *Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la educación para el siglo XXI, presida por Jacques Delors. La educación encierra un tesoro*. Comisión Internacional sobre la Educación para la Educación para el siglo XXI (Delors et al, 1999): Santillana Ediciones UNESCO, 1999.
- [13] M. Gordillo, Conocer, manejar, valorar, participar: los fines de una educación para la ciudadanía. *Revista Iberoamericana de la educación*, vol 42, pp. 69-83, 2006.
- [14] F. Jurado, El enfoque sobre competencias: Una perspectiva crítica para la educación. *Revista Complutense de Educación*, vol. 20, no. 2, pp. 343-354, 2009.
- [15] Ministerio de Educación Nacional. *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia, 2006
- [16] R. Fernández, C. Hernández, R. Prada, y P. Ramirez, Dominio afectivo y prácticas pedagógicas de docentes de Matemáticas. *Revista Espacios*, vol. 39 no 23, pp.25-3, 2018.